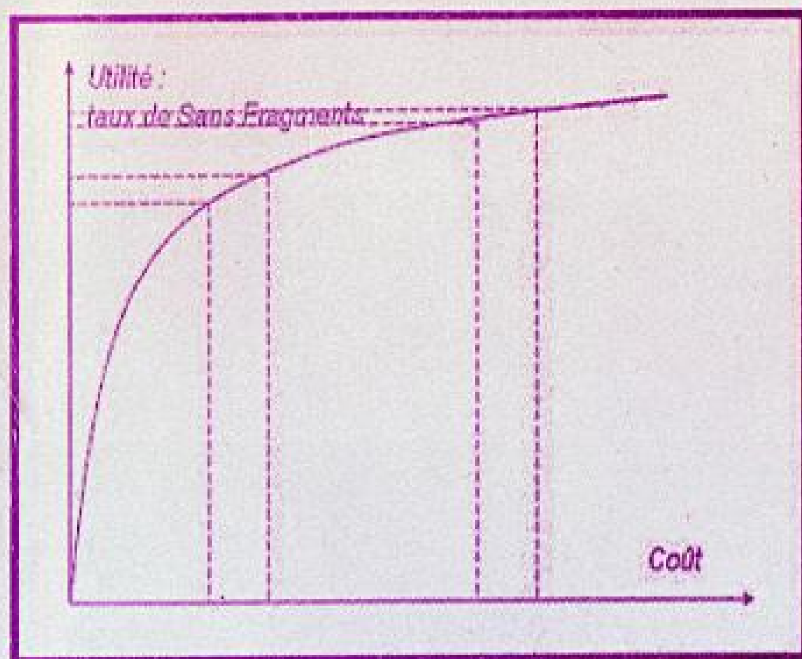
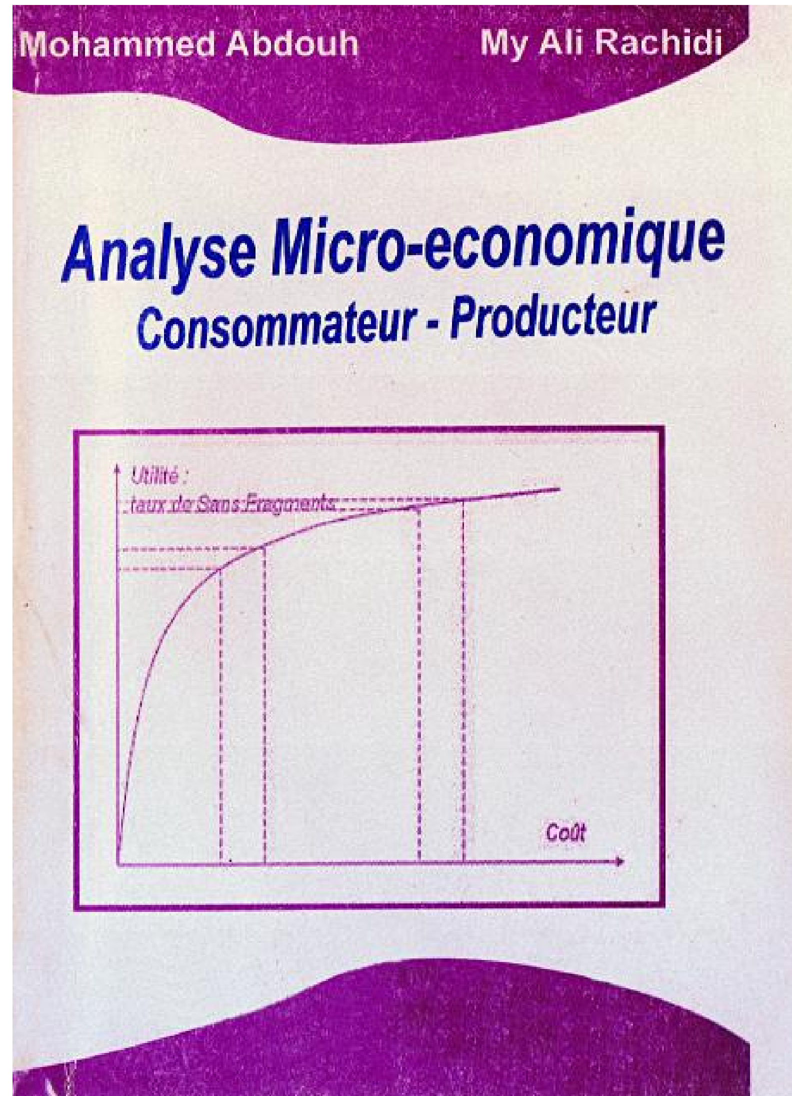
Mohammed Abdouh

My Ali Rachidi

Analyse Micro-economique

Consommateur - Producteur





Avant-propos

L'objet de ce manuel n'est nullement d'embrasser de façon exhaustive toute la science économique, mais de donner au lecteur un aperçu sur les principaux repères et modèles de la micro-économie en l'occurrence ceux du consommateur et du producteur .

Dans cet esprit, la démarche pédagogique privilégiée ici s'appuie sur une méthode progressive . De ce fait, ce travail se voudrait beaucoup plus un guide qui aiderait l'étudiant en économie et en gestion à se familiariser peu à peu avec la micro-économie

Nous avons donc adopté à cet effet, une démarche systématique d'approche basée sur la trilogie suivante: position du problème, présentation des hypothèses de chaque modèle et puis, déduction logique des lois et théories qui en découlent, avec leurs implications, intérêts et limites.

La position du problème comprend une formulation aisée de l'objet de l'analyse. Cette partie aidera donc l'étudiant à identifier la nature du problème à résoudre et à le situer par rapport au modèle économique étudié.

L'analyse de chaque modèle comprend d'abord une présentation des hypothèses, postulats et présupposés qui se trouvent souvent à la base de toute construction d'une théorie économique.

En second lieu , cette présentation des hypothèses permettra de procéder à une

déduction des lois, principes et règles qui sont, souvent, dans le cadre de la micro-économie, exprimés par des identités, fonctions et équations.

L'analyse théorique étant quelques fois ardue, le recours à l'illustration graphique par l'image et par le chiffre s'avérera utile et facilitera l'assimilation des concepts et lois économiques.

L'étudiant doit évidemment se parer d'outils d'analyse quantitatifs pour comprendre l'aspect formalisé de la présentation du modèle. Si certains rappels succincts sont parfois présentés, cela ne dispensera nullement l'étudiant d'utiliser à bon escient, afin de les articuler avec ce cours, les instruments d'analyse économique (mathématiques, statistiques) comptabilité etc.

A la fin de chaque chapitre, une auto-évaluation est possible et ce , grâce à quelques thèmes de réflexion proposés, accompagnés d'un récapitulatif comportant idées principales et concepts passés en revue.

L'insertion d'exercices d'application et de sujets de dissertation et de synthèse vise un double objectif pédagogique

- Permettre à l'étudiant de s'exercer progressivement à la résolution de problèmes de calcul économique.
- Développer ses capacités et son aptitude à rédiger des dissertations économiques et l'aider à faire le lien entre calcul économique et analyse économique (voir notre ouvrage : *méthodologie, exercices et examens corrigés de micro et macro-économie)*

Introduction Générale

1- Définition et objet de la micro-économie

L'analyse micro-économique est rattachée au courant néoclassique. Elle s'intéresse aux comportements des individus, comportements desquels, en procédant par déduction, elle construit des équilibres du marché et l'équilibre au niveau de l'économie dans son ensemble.

Maurice ALLAIS, Prix Nobel d'économie 1988, définit la Science Economique comme suit:

"l'économie a pour objet de rechercher comment satisfaire au mieux les besoins pratiquement illimités des hommes avec les ressources et les connaissances limitées qui sont les leurs, et de définir les institutions dans le cadre desquelles cet objectif peut être atteint".

L'analyse micro-économique étudie donc ces problèmes au niveau individuel des agents économiques. Autrement dit, elle analyse le comportement individualisé des consommateurs et des producteurs.

*** La gestion de la rareté est au centre de l'analyse micro-économique**

En économie, la rareté, qu'il ne faut pas confondre avec la pénurie (manque absolu de produits de consommation), a pour fondement la difficulté de production pour satisfaire des besoins humains illimités.

Dans la théorie néoclassique, la rareté est une donnée ou une contrainte impliquant la nécessité de choix efficaces. Aussi, la science économique devient-elle une branche du savoir qui a pour objet la gestion de la rareté.

La micro-économie prend en considération trois éléments fondamentaux: les ressources rares, les agents économiques et les marchés.

*** L'objet d'échange : biens et ressources rares**

La notion de biens est large. On désigne par biens un ensemble d'objets qui permettent de satisfaire des besoins ou qui sont utilisés pour produire d'autres biens. On distingue généralement trois types de biens: biens d'équipement (machines, bâtiments), biens intermédiaires (matières premières, produits semi-finis) et biens finals ou de consommation à proprement parler (CF. annexe).

Là aussi l'analyse micro-économique impose des caractéristiques restrictives aux biens (hypothèses). Retenons qu'un bien économique est un bien utile et rare.

*** Le marché : cadre institutionnel des échanges**

Par marché, on désigne le lieu d'échange et de rencontre entre offreurs et demandeurs et où se détermine un prix. Cependant, un marché peut avoir une existence physique (bâtiments...) ou non (marché des capitaux, marché du travail...).

Aussi peut-on considérer le marché comme le lieu (concret ou non) de rencontre entre l'offre et de la demande pour un certain type de biens ou services. Rencontre qui aboutit à la détermination d'un prix. On considère qu'à ce prix, les participants à l'échange tirent un avantage réciproque. C'est cet avantage mutuel qui fonde l'efficacité de l'échange marchand, par opposition à d'autres types de relations comme le don par exemple.

De ce fait l'organisation du marché et des cadres institutionnels dans lesquels se développent les échanges constituent un axe majeur de l'analyse micro-économique.

*** Les acteurs de l'échange: les agents économiques.**

Par agent économique, on entend des individus, des groupes d'individus ou des organismes constituant des centres de décision autonomes.

L'analyse économique définit les agents par leurs fonctions économiques. De même, les agents dont il s'agit ici ne sont pas forcément des acteurs (individus ou entreprises) réels mais abstraits et définis par un ensemble de caractéristiques. Parmi ces agents, on distingue:

- **Les ménages**[1] dont la fonction essentielle concerne la consommation. Ils peuvent toutefois être détenteurs et donc fournisseurs de services producteurs (facteurs de production)

- **Les organisations** définies comme un ensemble de personnes réunies en vue de collaborer à un objectif commun. Les organisations comprennent **l'Etat** en tant qu'organisation publique et les **entreprises**. La fonction des organisations et notamment des entreprises est de produire des biens et des services.

- **L'extérieur** regroupe l'ensemble des agents économiques non résidents.

2- Les Types d'analyses micro-économiques

La micro-économie comprend deux branches, par ailleurs complémentaires.

En premier lieu la **micro-économie positive** a pour objet d'étudier les **comportements rationnels** des agents économiques, c'est-à-dire analyser comment les décisions des agents économiques en matière d'affectation des ressources rares sont prises.

En second lieu, la **micro-économie normative** présente les critères de la meilleure

[1] *Le ménage est défini comme un ensemble de personnes -avec ou sans liens familiaux- habitant le même logement et dont les décisions d'affectation du revenu sont prises ensemble. Un ménage peut toutefois comprendre une seule personne*

affectation des ressources et analyse donc comment les décisions économiques devraient être prises. Le programme de première année en Sciences économiques portera fondamentalement sur la micro-économie positive.

Edmond MALINVAUD[2] présente comme suit ces deux aspects de la micro-économie:

"En tant que science positive, c'est à dire explicative, l'économie doit donc analyser les comportements d'agents jouissant d'une certaine liberté, mais soumis à des contraintes que la nature et les institutions leur imposent. Elle doit étudier les conséquences qu'ont ces comportements individuels sur l'état qui se réalisera dans la collectivité.

En tant que science normative, l'économie doit s'interroger sur la meilleure manière d'organiser la production, la distribution et la consommation. Elle doit nous fournir les moyens conceptuels permettant un jugement sur les avantages comparés des diverses formes d'organisation."

Ainsi, la théorie micro-économique a deux objectifs fondamentaux: celui d'abord de décrire l'activité des agents sous forme de modèles. C'est l'objet de la théorie de l'équilibre élémentaire, partiel puis général.

Le deuxième objectif consiste à rechercher ce que pourrait être une organisation optimale de la

[2] *In Leçons de théorie microéconomique. Paris. Dunod. 1977.p.2*

production, de la consommation et des échanges et finalement, une organisation optimale de l'économie. C'est la théorie de l'optimum qualifiée aussi de théorie du rendement social.

3- Méthode de la micro-économie

***L'importance des hypothèses en micro-économie**

La micro-économie s'appuie sur une **démarche déductive** ou **axiomatique** et recourt à l'**abstraction**. Cette abstraction est derrière la construction de modèles et se base sur une présentation simplifiée de la réalité. Aussi est-il important d'identifier et de comprendre les **hypothèses** qui sont à la base de chaque théorie micro-économique et du modèle qui en découle.

L'analyse micro-économique recourt aussi à l'analyse dite **partielle**, c'est-à-dire prend comme champ d'observation une partie de l'activité économique, en considérant les autres aspects comme invariants. Cette méthode, très utilisée en micro-économie, s'appuie également sur des hypothèses. Néanmoins,

deux hypothèses sont fondamentales dans la démarche micro-économique.

- Il s'agit en premier lieu du **principe de rationalité** qui postule que les agents économiques ont des préférences et des objectifs, qu'ils visent à réaliser tout en respectant les contraintes qui limitent leurs choix. Ainsi, "le

principe de rationalité suppose donc que chaque agent économique ait des objectifs bien déterminés que la démarche micro-économique prend comme point de départ. Elle ne s'interroge pas sur ce qui a déterminé ces objectifs, mais elle analyse comment les individus ou les organisations agissent pour les atteindre le mieux possible"[3].

De façon générale, **un comportement est rationnel** s'il y a compatibilité entre moyens utilisés et objectifs recherchés.

La théorie néoclassique considère la rationalité des agents économiques comme un axiome (postulat, hypothèse, principe de base) et le point de départ de toute l'analyse micro-économique.

D'où la théorie des comportements rationnels du consommateur et du producteur.

- La seconde hypothèse tout aussi importante a trait à **l'échange marchand**. En effet, la théorie micro-économique s'intéresse à la manière dont les agents économiques réalisent leurs objectifs à travers l'échange marchand. Il s'en suit que la notion de marché est la clef de voûte de l'analyse micro-économique. On verra dans la présentation qui suit, que la micro-économie fait du **marché de concurrence** (parfaite) le cadre de référence de l'échange marchand.

---

[3] *Pierre PICARD: Eléments de micro-économie, Paris, Montchrestien, 1992. P.2.*

* Cheminement de la micro-économie

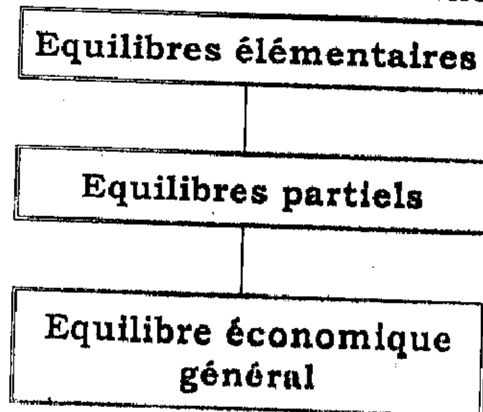
La micro-économique analyse des modèles d'équilibre. Trois types d'équilibre, par ailleurs méthodologiquement articulés, constituent les phases de l'analyse micro-économique:

- *Equilibre élémentaire*: il s'intéresse à un agent consommateur ou producteur. L'agent est en situation d'équilibre (situation optimale) lorsqu'il réalise le maximum de satisfaction en utilisant les moyens dont il dispose.

- *Equilibre partiel* est associé à la situation sur un marché isolé. Un marché est en équilibre lorsque l'offre et la demande s'y égalisent.

- *Equilibre économique général*: il concerne l'ensemble de l'économie. L'équilibre économique général se réalise lorsqu'un système de prix unique et stable égalise l'offre et la demande sur chaque marché.

Ces trois niveaux s'articulent comme suit:



L'initiation à la micro-économie est l'objectif premier assigné à ce manuel , et ce pour plusieurs raisons : d'abord, la matière est semestrielle et il ne serait possible d'embrasser de façon exhaustive ces trois niveaux de la micro-économie et ensuite parce que la nouvelle réforme universitaire a prôné, pour le semestre prochain, un autre niveau de la discipline qui nous concerne.

Il est évident alors que ce manuel se limite à l'étude des équilibres élémentaires (équilibre du consommateur et celui du producteur).

CHAPITRE I: CALCUL ECONOMIQUE DU CONSOMMATEUR ET THEORIE DE LA DEMANDE

Ce chapitre a pour objet l'étude des lois du comportement du consommateur. Ce dernier fait ses choix de manière à maximiser sa satisfaction. Ces choix tiennent compte à la fois des besoins et goûts du consommateur et d'éléments objectifs tels que le revenu et les prix.

Pour mener cette étude, trois volets sont à examiner:

*L'utilité comme fondement du comportement du consommateur

*Les règles déterminant les choix rationnels du consommateur

*Les caractéristiques de la demande en tant que résultat des choix du consommateur

Ce qui permet de définir, au niveau de ce chapitre les objectifs suivants:

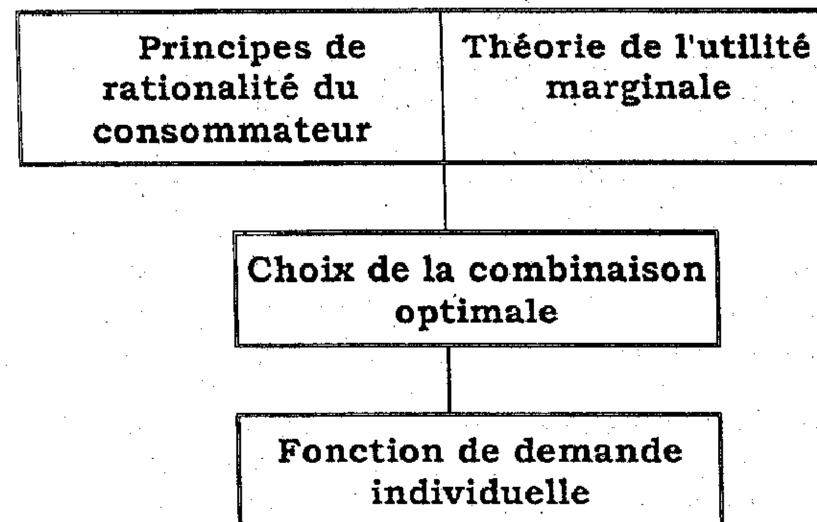
- Définir la notion de consommateur et les caractéristiques de son comportement

- Comprendre les fondements du comportement rationnel du consommateur

- Préciser les lois et principes du calcul économique du consommateur

- Identifier la fonction de demande et établir ses liens avec l'équilibre du consommateur

Ces axes peuvent s'articuler logiquement comme suit:



I- FONDEMENTS DES CHOIX DU CONSOMMATEUR

L'étude des fondements des choix du consommateur a pour objectif principal de présenter les déterminants (facteurs) de son comportement en tant qu'agent économique. Quelles sont les caractéristiques du consommateur? Quels sont ses objectifs et ses mobiles. Dans quel environnement agit-il?

Les réponses à ces questions nécessitent l'analyse de deux notions fondamentales: rationalité et utilité marginale.

1- Les caractéristiques du consommateur rationnel

La notion de consommateur désigne un centre de décision économique qui peut être aussi bien un individu qu'un ménage. Cependant, le consommateur, au sens de la théorie économique, a un comportement très simplifié. **L'homo-oeconomicus,** ou individu rationnel ne représente donc pas fidèlement le consommateur réel et son comportement concret.

Commençons par définir les caractéristiques propres au comportement du consommateur ainsi qu'au contexte dans lequel il agit.

La description du comportement de ce consommateur-type prend appui sur un certain nombre d'hypothèses relatives aussi bien à son comportement qu'aux autres éléments propres au contexte de l'échange marchand (biens, marché essentiellement).

a/ Hypothèses du comportement du consommateur

* Hypothèse de certitude et d'information parfaite (H1)

Le consommateur est supposé connaître à l'avance et de façon parfaite, tous les aspects rattachés à ses choix. Cette certitude découle d'une information complète sur l'ensemble des éléments pouvant interférer dans ses choix, tels que:

- Ses goûts personnels et ses préférences

- La gamme des biens et services disponibles sur le marché ainsi que la nature et la qualité de chaque bien.

- Le prix exact de chaque bien et le **revenu** monétaire dont il dispose au cours de la période d'achat.

* Hypothèse de souveraineté et d'indépendance (H2)

Le consommateur effectue ses choix en toute liberté et sans influence aucune. Cela signifie que ses choix traduisent ses propres préférences et ne sont nullement dictés par une tierce personne, qu'il s'agisse du producteur ou des autres consommateurs.

* Hypothèse d'intelligence et de cohérence (H3)

Le consommateur rationnel est en mesure d'évaluer le coût exact de chaque ensemble de biens ou **panier de consommation**[4] qu'il désire acquérir. L'agent est également en mesure de faire des comparaisons entre les différentes alternatives de choix de consommation. Enfin, le consommateur est cohérent dans ce sens que tous ses choix doivent concourir à réaliser son objectif unique de maximisation de la satisfaction.

---

[4] *Un panier de consommation ou plan de consommation désigne un ensemble de quantités des biens acquis par un consommateur donné*

b/ Caractéristiques des biens

Les biens et services objet d'échange sont évidemment les seuls biens économiques. Ils sont de ce fait utiles, rares et disponibles. Pour faciliter la présentation du calcul économique du consommateur, certaines simplifications sont généralement admises:

* Hypothèse de divisibilité parfaite des biens (H4)

Cette hypothèse signifie que les biens économiques objet d'échange sont susceptibles d'être répartis en petites quantités. Il peut paraître, à première vue, difficile d'accepter ce principe lorsqu'il s'agit des biens durables ou collectifs comme les automobiles, les postes de télévision, les maisons, les ponts et les écoles. Cependant, en considérant que les biens dispensent des services de consommation par unité de temps, on peut contourner cette difficulté. A titre d'exemple, si on ne peut dire qu'un individu consomme le dixième d'une voiture, il est, par contre, possible d'envisager l'utilisation par dixième (ou toute autre fraction) des services d'une automobile par unité de temps.

* Hypothèse d'homogénéité du produit (H5)

Elle signifie qu'un produit sur le marché ne peut se différencier ni par ses caractéristiques intrinsèques (nature, qualité) ni par ses caractéristiques extérieures (emballage). Il s'en

suit qu'un type de produit est identique chez tous les vendeurs. L'absence de différenciation permet d'évacuer les risques de tromperie et d'erreurs de jugement, et facilite alors l'obtention par le consommateur d'une information parfaite (H1).

* Hypothèse de substituabilité entre les biens (H6)

Deux biens sont des substituts s'ils peuvent se remplacer l'un l'autre pour satisfaire le même besoin. On admettra, toutefois, que la substituabilité entre les biens n'est pas totale et parfaite, et qu'elle admet des limites.

L'ensemble de ces hypothèses sont traduites sous forme de principes acceptés sans démonstration: postulats et axiomes.

c/ Axiomes de rationalité du consommateur

Les caractéristiques du consommateur rationnel sont traduites sous forme des postulats et axiomes suivants:

* ***Axiome de non saturation*** (A1) signifie que la satisfaction (totale) de l'agent augmente avec la consommation de biens. Soient X et Y deux paniers de consommation à la disposition d'un agent. Y sera nécessairement préféré à X, s'il contient plus de biens ou/et plus de quantités des mêmes biens. Ainsi, n'entrent dans le domaine des choix du consommateur que les

quantités et les biens qui ont une valeur positive pour l'agent.

* ***Axiome de transitivité*** (A2): supposons trois paniers de consommation: X,Y et Z. Si le consommateur préfère X à Y et Y à Z; alors, il doit préférer X à Z et ce, en vertu de l'hypothèse de cohérence (H3).

* ***Axiome de continuité*** (A3): la continuité des choix du consommateur est une hypothèse simplificatrice découlant de la divisibilité parfaite des biens (H4). Cet axiome permet d'introduire les fonctions (continues) dans le calcul économique du consommateur.

* ***Axiome de totalité*** (de préordre) (A4) exprime l'exhaustivité ou le caractère complet de l'étendue des préférences du consommateur.

Ainsi, face à deux paniers de consommation X et Y, le consommateur rationnel est toujours capable d'exprimer clairement ses préférences, d'opérer une classification de ses choix qui peut être exprimée par: X est préféré ou Y est préféré à X. Une troisième possibilité existe lorsque les deux paniers procurent la même satisfaction, auquel cas, on dit que le consommateur est indifférent.

Cet axiome est lié aux hypothèses (H1) et (H3). En termes mathématiques, cette relation (de préférence) définit un préordre complet.

En conclusion, le consommateur est dit rationnel, si les choix qu'il effectue, en tant que résultats de ses préférences, satisfont aux axiomes cités ci-dessus.

2- La valeur des biens économiques est mesurée par leur utilité marginale

Les choix du consommateur expriment ses préférences qui sont hautement subjectives et dépendent de la constitution physique et de la psychologie de chaque individu. Cette notion de préférence du consommateur est, elle-même, rattachée à celles de besoin et d'utilité.

a/ La notion de besoin est un déterminant fondamental des choix du consommateur. Selon la définition du Petit Robert, le besoin, est une exigence née de la nature (comme manger) ou de la vie sociale (comme prendre un café).

Cette exigence peut être ressentie par un individu pris séparément ou par une collectivité plus ou moins importante.

++ La satisfaction des besoins peut exiger des biens matériels (objets) ou immatériels (services).

++ Les besoins marquent la vie économique à deux niveaux essentiels:

- Les individus deviennent des "agents économiques" donc actifs.

La satisfaction des besoins et leur classement par ordre de priorité (car les moyens

sont limités par rapport aux besoins qui sont sans cesse croissants). Cette priorité induit la notion de "choix", résultat d'un calcul, plus ou moins conscient dont la caricature est révélée par le comportement de l'homo-oeconomicus.

b/ L'utilité d'un bien, associée à la satisfaction d'un besoin, est fonction donc de l'intensité et de l'urgence du besoin à satisfaire. Il faut remarquer que l'utilité d'un bien n'est pas une caractéristique intrinsèque et donc objective de ce bien. Elle dépend par contre de chaque individu et donc de ses goûts et préférences. Plus précisément, l'utilité varie selon le rang du besoin à satisfaire ou ce qui revient au même, selon la hiérarchie des préférences de l'individu. A l'évidence, l'individu commence par satisfaire les besoins les plus urgents.

En revanche, au fur et à mesure qu'un besoin est progressivement satisfait et donc que la quantité d'un bien acquise par le consommateur augmente, le degré d'utilité de ce bien -et partant sa valeur pour le consommateur - diminue. On verra que cette valeur est mesurée par l'utilité marginale.

Une autre remarque a trait au fait que l'utilité d'un bien n'a aucun contenu moral et peut même être associée à la consommation d'un bien nuisible pour la santé d'un individu pourvu que son acquisition procure à l'intéressé une satisfaction.

c/ La consommation est-elle déterminante de la production?

Selon une conception humaniste ce sont les besoins et donc la consommation qui déterminent la production. Cet ordre de détermination définit ce qu'on appelle la filière humaniste. Selon ce point de vue, la demande du consommateur ne fait que révéler ses préférences, que la fonction de production doit intégrer.

Cependant, comment doit-on expliquer l'évolution des modes de consommation? L'apparition de nouveaux biens et services, et donc les nouveaux besoins, tels que ceux liés, par exemple, à la télévision? Les entreprises, à la recherche de nouveaux profits, ne parviennent-elles pas souvent à créer, à travers la publicité, de nouveaux besoins et donc à façonner les goûts des consommateurs? Et dans ce cas, ne s'agit-il pas d'une filière inversée par rapport à l'ordre de détermination de la filière humaniste?

Il s'agit là apparemment du débat de l'oeuf et de la poule: un bien qui ne répond pas à un besoin peut-il être produit longtemps, et un besoin peut-il s'exprimer pour des biens qui n'existent pas encore?

On peut faire remarquer qu'un tel débat doit tenir compte de la nature du système économique. Il existe des sociétés dans lesquelles les besoins déterminent la production. On parle

alors d'**économie de besoin**. En revanche, dans les économies capitalistes, la filière est inversée selon J.K. GALBRAITH et c'est la production qui détermine la consommation. Il s'agit dans ce cas, d'**économie de profit**.

Dans ce qui suit, l'hypothèse de la détermination de la production par la consommation et donc par les besoins sera acceptée et ce, en vertu de (H2).

II- LE CALCUL ECONOMIQUE DU CONSOMMATEUR

1- Position du problème

Un individu ayant des préférences (goûts) données, disposant d'un budget limité, doit choisir entre les biens et services disponibles. Comment se fera la répartition du budget entre les différents biens, compte tenu de l'hypothèse de rationalité du consommateur? Quelles sont les règles qui déterminent une affectation optimale du budget du consommateur?

Un consommateur qui achète 2 biens x et y selon leurs prix du marché Px et Py, doit dépenser la totalité de son revenu R. Il est guidé par ses goûts exprimés par une fonction d'utilité (cardinale)

$S = f(x,y)$.

Dans cette situation, le consommateur rationnel cherchera à réaliser ***le maximum de satisfaction ou d'utilité*** *en dépensant la totalité de son revenu ou budget.*

Néanmoins, deux approches différentes ont développé les principes de base du calcul économique du consommateur. La première approche dite **"cardinale"** suppose que l'utilité est mesurable par un indice quantitatif, tandis que l'approche dite **"ordinale"** considère que l'individu ne pouvant mesurer l'utilité, est

néanmoins capable, d'établir un ordre (une classification) dans ses préférences.

1- L'Analyse cardinale de l'équilibre du consommateur

La formulation de l'analyse cardinale a été le fait d'auteurs néoclassiques de la première génération tels GOSSEN, MENGER, JEVONS et WALRAS qui ont supposé que l'utilité est mesurable et additive.

A- Utilité totale et utilité marginale

a/ Définitions et illustrations

* L'**utilité totale** (UT) d'un bien x correspond à la satisfaction globale qu'un individu retire de la consommation d'une certaine quantité de ce bien. L'utilité totale dépend donc de la quantité de x achetée par le consommateur, ce qui s'écrit, en termes mathématiques: UT = f(x)

* L'**utilité marginale** mesure l'évolution de l'Ut lorsque la quantité du bien x varie. Elle correspond donc à la variation de l'utilité totale associée à une variation de la quantité du bien consommé.

* Utilité totale et utilité marginale, cas d'un bien imparfaitement divisible

Tableau n° 1 : Utilité totale et utilité marginale du bien x

Quantités de x	**Utilité Totale de x**	**Utilité marginale de x**
1	12	12
2	20	8
3	27	7
4	33	6
5	36	3
6	37	1
7	37	0

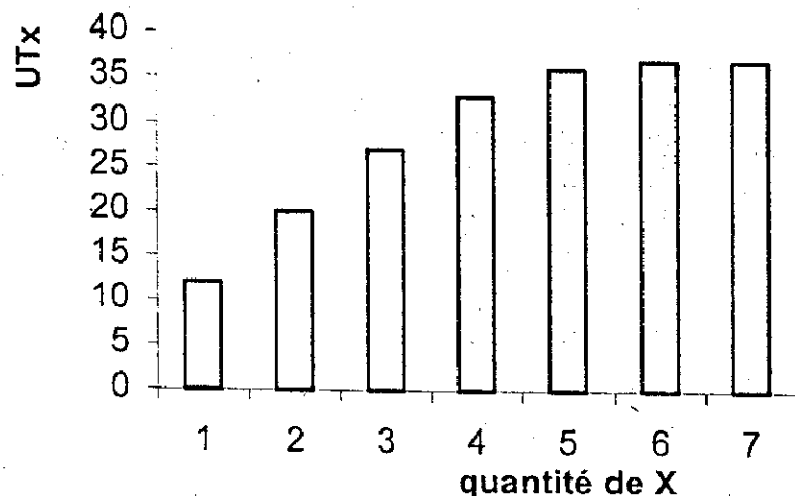
Commençons par remarquer que les données numériques de ce tableau sont arbitraires et n'ont qu'une valeur illustrative. Ces valeurs montrent que l'utilité marginale est la variation de l'utilité totale induite par une unité additionnelle de ce bien.

$$Umx_n = (UTx_n - Utx_{n-1})/(x_n - x_{n-1})$$

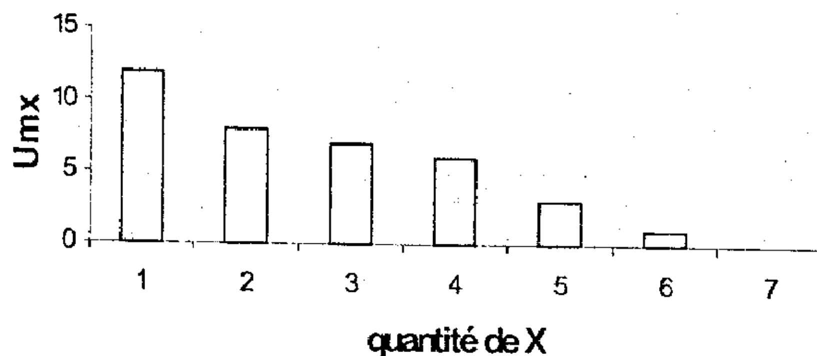
Ex. $\frac{20-12}{2-1} = 8$

Graphique n°1 : Utilité totale et utilité marginale (X est un bien imparfaitement divisible)

Utilité totale



Utilité marginale



* Utilité totale et utilité marginale, cas d'un bien parfaitement divisible

En admettant, par simplification, le cas d'un bien parfaitement divisible (H4), l'utilité totale devient une fonction continue par rapport à la quantité du bien x.

En conséquence, l'utilité marginale du bien x correspond à la variation de l'utilité totale pour une variation infinitésimale (infiniment petite) de la quantité consommée de x.

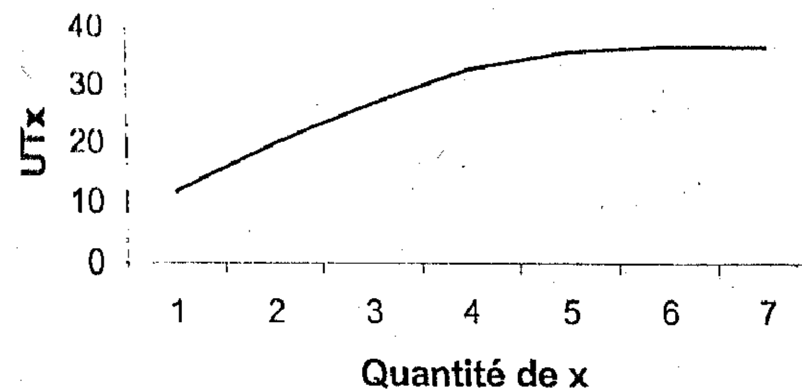
En termes mathématiques, l'utilité marginale de **x** est donc la dérivée première de la fonction d'utilité totale par rapport à x:

Umx = lim(ΔUTx/Δx)

quand Δx ---> 0

Um= UT'(x)= dU/dx

Graphique n°2: Courbes d'utilité totale et d'utilité marginale, X bien divisible.



b/ Evolution des utilités totale et marginale et sa signification économique

Les valeurs numériques du tableau n°1 et leur illustration graphique, font apparaître deux principaux résultats:

D'une part, **la satisfaction totale (UT) augmente avec la quantité du bien X**. Elle est donc définie comme une fonction croissante de la quantité du bien x achetée par le consommateur.

On constate aussi que l'utilité totale atteint un maximum pour une valeur de x=7. Cette valeur correspond au niveau de saturation, situation écartée du domaine du possible en vertu de l'axiome correspondant (A1).

D'autre part, les valeurs numériques de la colonne 3 du tableau précédent, montrent que **l'utilité marginale du bien x diminue à mesure que la quantité consommée du bien x augmente.** Ce principe découvert par GOSSEN (1854), appelé **loi de l'utilité marginale décroissante**, associe la valeur du bien à son utilité et à sa rareté. L'analyse micro-économique retient alors l'hypothèse selon laquelle l'intensité d'un besoin est décroissante au fur et à mesure que la quantité consommée augmente. On remarquera au passage que la 7ème unité du bien x n'a aucune valeur pour le consommateur (utilité marginale nulle), et de ce fait le bien x cesse d'être un bien économique pour le consommateur.

* Cas de plusieurs biens: l'utilité est-elle additive?

Les auteurs néoclassiques de la première génération avaient admis que l'utilité est non seulement mesurable par un indice quantitatif, mais qu'en outre elle est additive.

Si un consommateur achète deux biens X et Y en même temps, dans ce cas la fonction d'utilité peut être définie comme suit:

$$U = u_1(x) + u_2(y)$$

L'hypothèse d'additivité de l'utilité repose sur le postulat d'indépendance des biens.

D'autres auteurs néoclassiques -Edgeworth (1881), Antonelli (1886), Irving Fisher (1892)- tout en admettant le principe d'utilité cardinale, ont rejeté par contre celui, plus restrictif, d'utilité indépendante et additive.

La fonction d'utilité devient alors:

$$U = f(x,y)$$

Sa valeur dépend de la consommation associée des deux biens X et Y du fait de l'interdépendance des biens.

B- Choix de la combinaison optimale

Le consommateur rationnel, guidé par l'utilité marginale des biens, est en mesure d'effectuer des choix qui révèlent ses préférences. Il s'agit à présent de définir la (les) règle(s) du calcul qu'il

effectue pour maximiser sa satisfaction et réaliser son **équilibre économique**.

a/ Définition de la condition d'équilibre

Pour définir la condition d'équilibre, procédons selon une démarche progressive, en considérant les trois cas suivants:

* Cas d'un bien abondant:

Le consommateur consomme le bien sans fournir une contrepartie. L'utilité marginale du bien diminue néanmoins avec l'augmentation de la quantité consommée. Dans ce cas, le consommateur continuera à consommer le bien jusqu'à ce que son utilité marginale -et donc sa valeur - soit nulle. A ce niveau, correspondant au maximum d'utilité totale, le consommateur est en **situation d'équilibre**.

Equilibre = maximum de satisfaction

* Cas d'échange d'un bien contre un bien (économie de troc):

Introduisons le critère de rareté dans un environnement marchand, mais non monétaire. Dans une économie de troc, où les biens s'échangent directement entre eux, le choix d'un bien X par le consommateur implique son renoncement à un autre bien Y, devenu de ce fait

la contrepartie de l'échange. Dans ce cas précis, le choix d'un bien par le consommateur se traduit par un **coût d'opportunité** équivalent à la satisfaction qu'il aurait pu obtenir en consommant le bien auquel il a renoncé.

Pour simplifier, supposons que le consommateur a à choisir entre deux biens substituables: X et Y. Il est guidé dans ses choix par les utilités marginales de ces biens.

Le raisonnement est le suivant, si on considère qu'il augmente sa consommation du bien X et renonce en contrepartie à une certaine quantité du bien Y. Tant que l'utilité marginale du bien X reste supérieure à celle du bien Y, le consommateur rationnel a intérêt à augmenter ses acquisitions de ce bien. Cependant, en vertu de la première loi de Gossen , l'utilité marginale est une fonction décroissante de la quantité consommée. De ce fait, l'utilité marginale du bien X (dont la quantité augmente), décroît, tandis que l'utilité marginale de Y, dont la quantité diminue, augmente.

Il découle de ce qui précède, que la substitution du bien X au bien Y sera avantageuse pour le consommateur tant que l'utilité marginale de X reste supérieure à celle de Y et que le consommateur rationnel évitera la situation où l'utilité marginale du bien X devient inférieure à celle du bien Y.

effectue pour maximiser sa satisfaction et réaliser son **équilibre économique**.

a/ Définition de la condition d'équilibre

Pour définir la condition d'équilibre, procédons selon une démarche progressive, en considérant les trois cas suivants:

* Cas d'un bien abondant:

Le consommateur consomme le bien sans fournir une contrepartie. L'utilité marginale du bien diminue néanmoins avec l'augmentation de la quantité consommée. Dans ce cas, le consommateur continuera à consommer le bien jusqu'à ce que son utilité marginale -et donc sa valeur - soit nulle. A ce niveau, correspondant au maximum d'utilité totale, le consommateur est en **situation d'équilibre**.

Equilibre = maximum de satisfaction

* Cas d'échange d'un bien contre un bien (économie de troc):

Introduisons le critère de rareté dans un environnement marchand, mais non monétaire. Dans une économie de troc, où les biens s'échangent directement entre eux, le choix d'un bien X par le consommateur implique son renoncement à un autre bien Y, devenu de ce fait

la contrepartie de l'échange. Dans ce cas précis, le choix d'un bien par le consommateur se traduit par un **coût d'opportunité** équivalent à la satisfaction qu'il aurait pu obtenir en consommant le bien auquel il a renoncé.

Pour simplifier, supposons que le consommateur a à choisir entre deux biens substituables: X et Y. Il est guidé dans ses choix par les utilités marginales de ces biens.

Le raisonnement est le suivant, si on considère qu'il augmente sa consommation du bien X et renonce en contrepartie à une certaine quantité du bien Y. Tant que l'utilité marginale du bien X reste supérieure à celle du bien Y, le consommateur rationnel a intérêt à augmenter ses acquisitions de ce bien. Cependant, en vertu de la première loi de Gossen , l'utilité marginale est une fonction décroissante de la quantité consommée. De ce fait, l'utilité marginale du bien X (dont la quantité augmente), décroît, tandis que l'utilité marginale de Y, dont la quantité diminue, augmente.

Il découle de ce qui précède, que la substitution du bien X au bien Y sera avantageuse pour le consommateur tant que l'utilité marginale de X reste supérieure à celle de Y et que le consommateur rationnel évitera la situation où l'utilité marginale du bien X devient inférieure à celle du bien Y.

La condition d'équilibre du consommateur, dans ce cas, est déterminée par l'égalité des utilités marginales des deux biens, objets d'échange.

Equilibre du consommateur => UmX = UmY

* Cas de l'échange des biens contre la monnaie (économie monétaire)

Que devient la condition d'équilibre lorsqu'on considère que les biens sont échangés contre la monnaie?

Le consommateur dispose d'un budget donné, exprimé en Dirhams, qu'il doit affecter en totalité à l'achat des biens. Supposons que les prix des biens sont différents.

La répartition de ce budget entre les deux biens X et Y, pour être rationnelle, doit permettre d'obtenir le maximum de satisfaction.

Posons le problème autrement: le consommateur doit se demander: pour chaque acte d'achat, s'il doit dépenser un Dirham supplémentaire en bien X ou un Dirham supplémentaire en Y. Etant toujours guidé par l'utilité marginale des biens, il doit donc comparer l'utilité marginale d'un Dirham dépensé en achat du bien X avec l'utilité marginale d'un Dirham dépensé en Y.

Autrement dit, il doit comparer l'utilité marginale du bien X/(prix de X) avec l'utilité marginale du bien Y/(prix de Y) ou les **utilités marginales pondérées par les prix c'est-à-dire l'utilité marginale par unité monétaire compte tenu de son revenu**

Equilibre du consommateur

=> UmX/PX = UmY/PY

ou bien

UmX/UmY = PX/PY

/ R = X PX + Y Py

Il s'agit là de la loi d'équilibre du consommateur, connue comme étant la deuxième loi de GOSSEN (L2).

b/ Illustration graphique de l'équilibre du consommateur

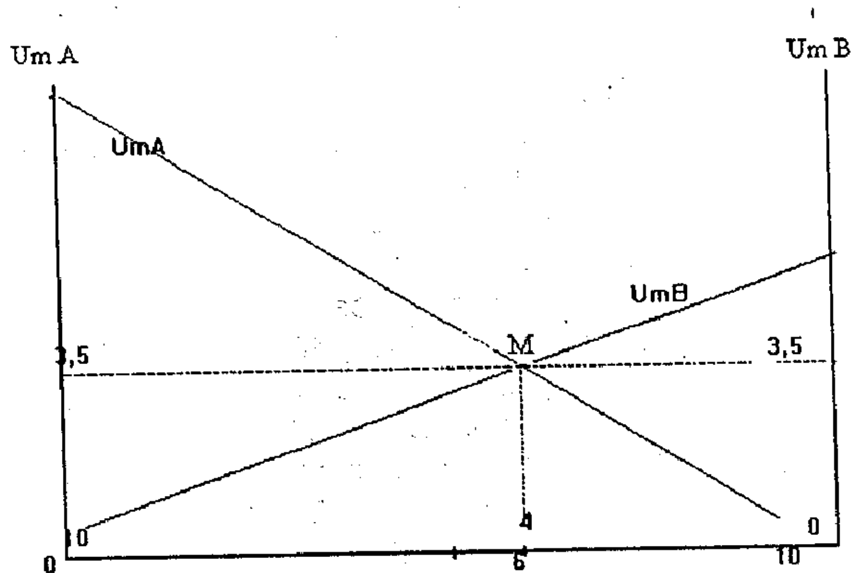
Un consommateur dispose d'un budget de 10 dhs et achète deux biens A et B à des prix identiques de 1 dh. Les biens A et B sont parfaitement divisibles et leurs fonctions d'utilités marginales respectives sont exprimées comme suit:

A ----> -10x + 95

B ----> - 5x + 55

Chaque fonction d'utilité marginale peut être représentée par une droite décroissante. En emboîtant les deux graphiques, on obtient la figure ci-dessous:

Graphique n°3 : Equilibre graphique du Consommateur (optique cardinale)



$Um_A = Um_B = 3,5 \Rightarrow A = 6$ et $B = 4$

Parmi les possibilités de répartition du budget entre les deux biens, c'est le point M, point d'intersection des deux droites qui assure une répartition optimale du budget. Cette situation est optimale car elle assure au consommateur le maximum de satisfaction (utilité totale). Or, au niveau de la combinaison optimale (point M), l'$Um_A=Um_B = 3,5$

On précisera que pour la détermination algébrique du point d'équilibre, il est nécessaire de transformer la fonction d'utilité marginale du bien B en une fonction croissante à partir de l'origine 0. Si le consommateur consacre la totalité de son revenu à l'achat du bien B,

$Um_B = 0,5$ et donc la fonction devient, en gardant la même pente: $B = 0,5x + 0,5$

c/ L'hypothèse des utilités additives et sa signification économique

Soit un consommateur qui achète 2 biens x et y. On considère que la satisfaction (utilité) associée à cette consommation dépend des quantités achetées des 2 biens à la fois.

$$U = f(x,y)$$

L'hypothèse d'une fonction d'utilité additive suppose que:

$$U = f(x,y) = U_x + U_y$$

Ce qui veut dire que l'utilité associée à la consommation d'un ensemble de biens x,y est

égale à la somme des utilités liées à la consommation de chacun de ces deux biens. Pour admettre cette supposition, on rappellera la condition d'indépendance des deux biens.

C- Intérêt et limites de l'approche cardinale

* Intérêt

Les premiers économistes néoclassiques, ceux de la première génération qui ont découvert le principe de l'utilité marginale, ont eu le mérite de fonder l'analyse marginaliste qui a connu plusieurs utilisations pratiques. Toute décision rationnelle repose sur une comparaison et une égalisation à la marge entre coûts et avantages liés à cette décision. Cette approche a ouvert la voie à la formalisation et à l'économie quantitative qui connaîtra par la suite un développement remarquable.

Sur le plan analytique (théorique), les premiers marginalistes ont apporté une réponse originale au problème connu sous le nom de "paradoxe de la valeur". Pour eux, la valeur est fondée sur l'utilité marginale, et c'est cette dernière qui guide les comportements individuels.

* Limites

Cependant la définition cardinale de l'utilité rencontre plusieurs limites et manque de réalisme.

+ La première limite a trait à l'impossibilité de définir une unité de mesure de l'utilité et donc

de la valeur, unité qui soit invariable. Cette difficulté est liée au fait que l'utilité est, elle-même, subjective, c'est-à-dire propre à chaque individu.

+ La deuxième difficulté de l'analyse cardinale résulte de la conception de l'utilité additive supposant une indépendance entre biens. Or les biens sont exceptionnellement indépendants et, généralement substituables ou complémentaires.

+ Enfin, on peut se demander si la mesure de l'utilité est indispensable à l'analyse du comportement du consommateur et aux choix rationnels qu'il effectue. En effet, si l'individu est incapable de mesurer quantitativement l'utilité, il est par contre, capable d'ordonner ses choix selon ses préférences.

Ainsi l'hypothèse d'une utilité cardinale ne paraît même pas nécessaire. L'approche ordinale développe les outils d'analyse du comportement du consommateur, et définit les principes du calcul économique qu'il effectue, sans retenir l'hypothèse d'une mesure cardinale de l'utilité.

Exercice d'application I.1

Un consommateur achète deux biens X et Y dont les utilités marginales évoluent en fonction de la quantité comme indiqué dans le tableau suivant :

Unités du bien	Um de x	Um de y
1	10	14
2	09	12
3	08	10
4	07	08
5	06	06
6	05	04
7	04	02

- Sachant que le consommateur dispose d'un budget de 12 qu'il doit répartir entre les deux biens X et Y dont les prix respectifs sont 1 dh et 2 dhs, déterminez, à l'aide des données du tableau, la combinaison optimale.

Pour choisir la combinaison optimale qui lui assure le maximum de satisfaction, le consommateur guidé par l'utilité marginale des biens, doit tenir compte du montant du budget

dont il dispose. La détermination du panier de consommation optimal, doit respecter deux règles :

1) Egalisation des utilités marginales pondérées par les prix.

2) Le budget doit-être totalement dépensé, ni plus ni moins.

I- Pondération des utilités marginales.

Unités du bien	Umx/px	Umy/py
1	10	07
2	09	06
3	08	05
4	07	04
5	06	03
6	05	02
7	04	01

Application de la 1ère règle :

(Umx / Px) = (Umy / Py)

Nous avons plusieurs combinaisons possibles qui répondent à cette première condition d'équilibre : (4x,1y) ; (5x,2y) ; (6x,3y)et (7x,4y).

Cependant une seule combinaison satisfait à la deuxième condition : égalisation entre le budget et la dépense du consommateur:

R= x.Px +y.Py.

La combinaison optimale est donc : 6x et 3y.

2- L'analyse ordinale de l'équilibre du consommateur

La recherche de règles d'affectation optimale du budget par le consommateur rationnel a-t-elle besoin d'une expression cardinale de l'utilité, expression à la fois irréaliste et irréalisable?

La théorie moderne de l'équilibre du consommateur, initiée notamment par EDGEWORTH et Alfredo PARETO (1848-1923), en adoptant une expression ordinale de l'utilité, a développé de nouveaux outils d'analyse que nous commencerons par présenter avant d'en déduire l'optimum du consommateur.

L'approche ordinale ne diffère pas de l'approche cardinale par rapport aux objectifs recherchés, mais elle s'en démarque par les outils utilisés.

2.1 -Les concepts de base

a/ La notion **d'utilité ordinale**

Contrairement à l'analyse cardinale, ce qui est demandé au consommateur, dans le cadre de l'analyse ordinale, ce n'est plus la nécessité de

mesurer l'utilité mais seulement la faculté de classer et d'ordonner ses préférences.

Cette faculté, en somme moins exigeante par rapport aux présupposés de l'analyse cardinale, est assurée par les hypothèses de rationalité déjà énoncées (notamment A2 et A4). La classification des préférences par le consommateur permet de construire une fonction d'utilité (ordinale). Chaque ordre de préférence, défini par une classe d'équivalence entre différents paniers de biens, est repéré par un **indice ordinal.**

Cela veut dire que si le consommateur préfère le panier A au panier B, la fonction d'utilité doit affecter une valeur numérique plus grande au panier A par rapport au panier B. Cependant, il faut retenir que les valeurs numériques sont dépourvues de sens.

Telle est la signification parétienne (Pareto) de la **fonction d'utilité du consommateur**. La valeur numérique de l'indice d'utilité est associée à la consommation conjointe de deux ou plusieurs biens -interdépendance entre biens- et augmente avec les quantités des biens consommés (A1).

b/ Les courbes d'indifférence du consommateur

* Définition des **courbes d'indifférence**

Les courbes d'indifférence permettent de représenter graphiquement les préférences ou les

goûts du consommateur. Elles ont donc, de ce fait, un caractère psychologique. Elles sont appelées courbes d'**indifférence** ou courbes d'**iso-utilité** ou encore **isophélimes**, car chacune d'elles représente un ensemble de paniers de consommation entre lesquels le consommateur est indifférent et n'a pas de préférence.

Définition: une courbe d'indifférence est le lieu géométrique de tous les points -chaque point représente un panier de consommation- qui assurent au consommateur le même niveau de satisfaction. Autrement dit, sur chaque courbe d'indifférence, le niveau d'utilité est constant.

* Représentation graphique d'une courbe d'indifférence

Quelle est la relation entre une courbe d'indifférence et la fonction d'utilité?

La courbe d'indifférence est représentée à partir de la fonction d'utilité, comme suit :

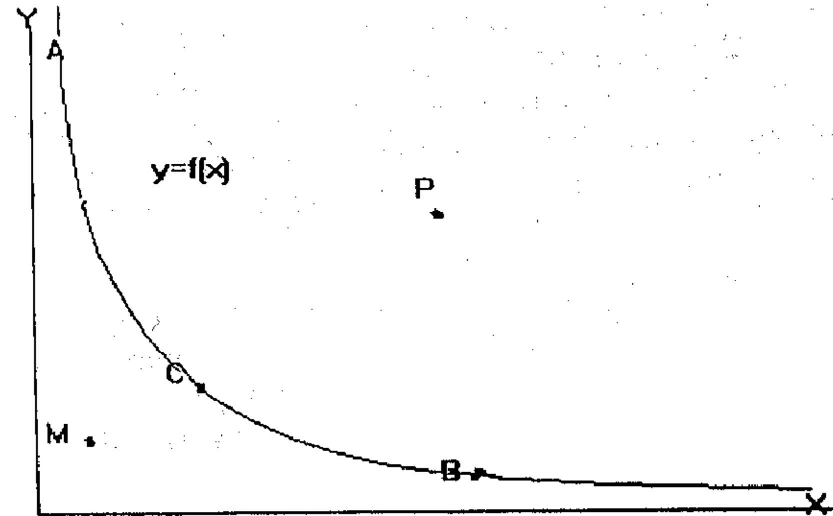
Supposons que l'utilité que le consommateur obtient en achetant deux biens X et Y est représentée par la fonction:

$U = f(x,y) = xy$, U est continue et dérivable.

Pour tracer une courbe d'indifférence du consommateur, il suffit d'avoir un niveau de satisfaction donné. Supposons que ce niveau, représenté par une valeur numérique arbitraire, soit égal à 100. On aura: $U = 100 = xy$.

L'équation de la courbe d'indifférence est déduite directement de la fonction d'utilité comme suit: $y = 100 / x$.

Graphique N° 4: Courbe d'indifférence pour le couple de biens **x,y**



Ainsi, si le consommateur obtient la même satisfaction en combinant 2 unités de X et 50 unités de Y, il se trouve au point A. Si par ailleurs, une autre combinaison de 50 unités de X et 2 unités de Y se concrétisant par le point B sur la même courbe d'indifférence que A, alors, nous pouvons dire que ce consommateur a obtenu un niveau d'utilité constant avec ce deuxième choix, car obtenant la même satisfaction. Le point C (10x et 10y) est situé

également sur la même courbe d'indifférence à indice 100.

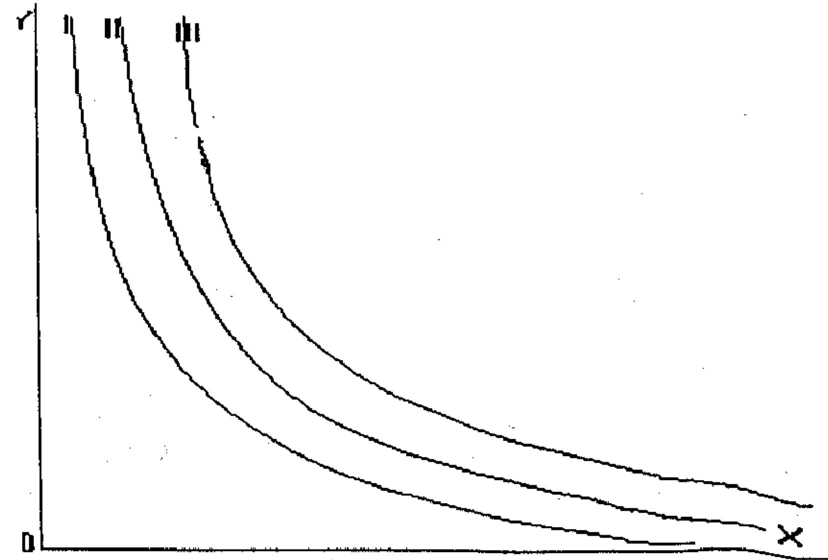
Les points A , B et C correspondent à des paniers de consommation des biens (x, y) jugés équivalents par le consommateur.

Par contre, les points M et P ne sont pas situés sur la courbe d'indifférence à indice 100. Le point M représente un niveau de satisfaction moindre et symétriquement, le point P correspond à un niveau de satisfaction plus élevé que celui représenté par la courbe d'indifférence à indice 100.

Il existe en fait une infinité de courbes d'indifférence, puisque par tout point passe une courbe, lieu géométrique des points équivalents. Chaque courbe représente une valeur particulière de la fonction de satisfaction.

L'ensemble des courbes d'indifférence représentées à partir d'une fonction d'utilité constitue ce qu'on appelle **une carte d'indifférence.**

<u>Graphique N° 5</u>: Carte d'indifférence avec UT variable



*** Propriétés des courbes d'indifférence**

Les courbes d'indifférence présentent des caractéristiques liées à leur allure et à leur signification économique. Parmi les principales propriétés:

- Les courbes d'indifférence sont décroissantes.

Au niveau mathématique, cela veut dire qu'une courbe d'indifférence a toujours une pente négative [5].

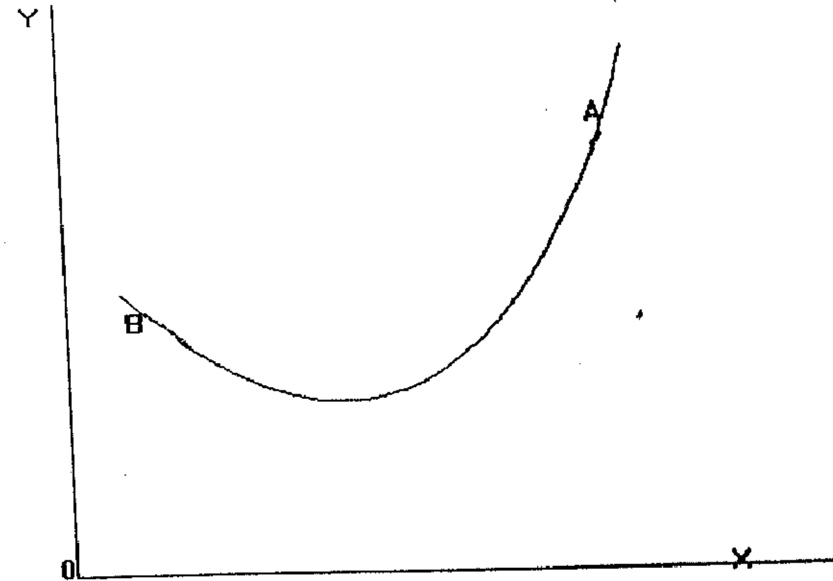
Sur le plan économique, cette caractéristique des courbes d'indifférence découle des hypothèses de rationalité du consommateur.

La première est l'hypothèse de substituabilité des biens (H6). En effet, le consommateur rationnel ne peut augmenter sa consommation de l'un des biens, tout en gardant le même niveau de satisfaction, sans réduire la quantité consommée de l'autre bien.

Cette décroissance de la courbe d'indifférence résulte en second lieu de l'axiome de non saturation (A1). Procédons par un raisonnement par l'absurde en supposant que la courbe d'indifférence admette une partie croissante comme sur la figure ci-dessous.

[5] *On rappellera que la pente est mesurée par le rapport de variation de Y sur la variation de X, lorsque ces deux variables sont liées par la relation fonctionnelle Y = f (X). Ce rapport mesure la vitesse de variation de Y en réaction à une variation de X*

Graphique N° 6: Une courbe d'indifférence ne peut être croissante

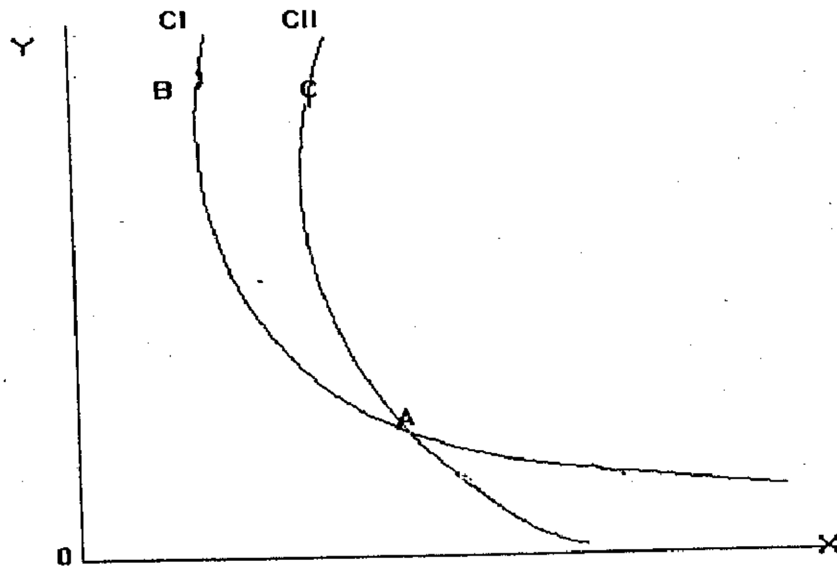


Sur cette courbe, le point A est strictement préféré au point B en vertu de H1. A et B n'étant pas équivalents, ils ne peuvent être donc, sur la même courbe d'indifférence (A2 et H3).

- Deux courbes d'indifférence ne peuvent se couper

Raisonnons là aussi par l'absurde et supposons que deux courbes d'indifférence distinctes admettent un point d'intersection, soit le point A.

Graphique N° 7: deux courbes d'indifférence ne peuvent se couper



Si l'intersection était possible, les points A et B sont indifférents puisque situés sur la même courbe d'indifférence. De même, A et C seraient équivalents et situés sur la courbe C2. Il s'en suit, en vertu de l'axiome de transitivité des choix (A2), que B devrait être équivalent à C, ce qui ne peut être le cas compte tenu du fait que chaque courbe d'indifférence représente un niveau de satisfaction distinct.

- La courbe d'indifférence est convexe par rapport à l'origine

La convexité des courbes d'indifférence signifie en termes simples qu'elles sont courbées vers le bas et que leur inclinaison diminue de droite à gauche.

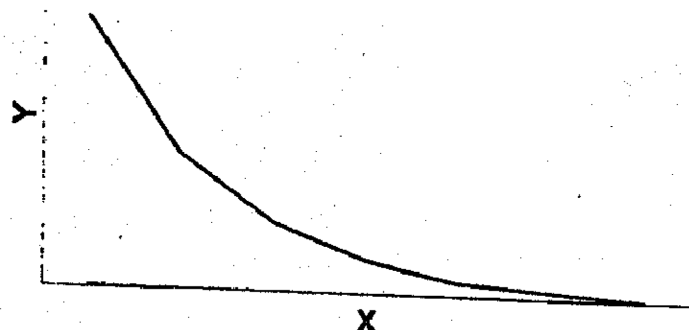
En termes mathématiques, la convexité signifie que la courbe se situe au-dessus de sa tangente en chacun des points qui la composent. Le terme convexe s'oppose au terme "concave".

Quelle est la signification économique de la convexité des courbes d'indifférence?

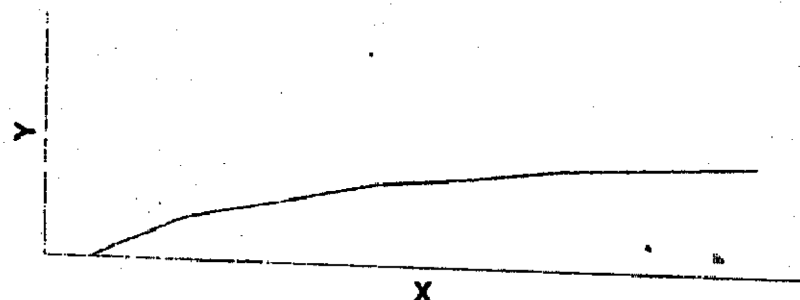
D'une part, la convexité des courbes d'indifférence est liée à la décroissance de l'utilité marginale. En effet, il résulte de cette loi qu'une même diminution du bien Y -déplacement le long de la courbe vers la droite- ne peut être obtenue que moyennant une quantité de plus en plus croissante du bien X. Cela est dû au fait que l'utilité marginale de Y augmente alors que celle de X diminue.

Graphique N° 8: Une courbe d'indifférence est convexe:

Courbe convexe



Courbe concave



La convexité des courbes d'indifférence résulte d'autre part, du caractère imparfaitement substituable des biens.

Les biens X et Y sont certes substituables mais non identiques. S'il en était autrement les préférences du consommateur seraient représentées par une droite.

- **La densité des courbes d'indifférence**:

Cette propriété signifie que, quelque soit un panier de consommation (un point) dans une surface d'indifférence donnée, ce panier appartient à une courbe d'indifférence.

- **Plus une courbe d'indifférence se situe en haut et à droite par rapport à l'origine, plus le niveau de satisfaction sera élevé**. Cela veut dire que les paniers de satisfaction situés sur cette courbe seront préférés aux paniers de consommation situés sur des courbes d'indifférence plus basses.

c/ La notion de Taux Marginal de Substitution

* Position du problème:

Chaque point sur une courbe d'indifférence représente une combinaison de bien X et de bien Y. Le passage d'un point à un autre, sur une même courbe d'indifférence, se fait par substitution d'une certaine quantité d'un bien, dont la consommation augmente, à une certaine quantité de l'autre bien dont la consommation est réduite en conséquence et ce, tout en gardant le même niveau de la satisfaction (sur la même courbe d'indifférence). Le consommateur procède à l'échange (partiel) d'un bien contre un autre bien.

Pour mesurer le taux d'échange entre les deux biens et donc l'aptitude d'un bien à remplacer (en partie) l'autre bien, on définit un indicateur appelé ***taux marginal de substitution*** *(TMS).*

* Définition du Taux Marginal de Substitution

Le TMSx/y est la quantité du bien Y qu'une unité du bien X peut remplacer pour garder le même niveau de satisfaction. Autrement dit le TMSx/y permet de connaître la quantité du bien Y que le consommateur est prêt à céder pour obtenir en échange une unité supplémentaire du bien X.

L'expression du TMSx/y est différente selon qu'il s'agisse d'une courbe discrète ou continue.

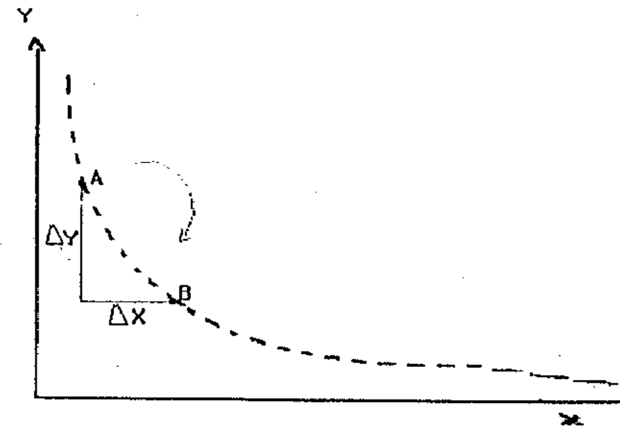
Cas d'une courbe discrète:

Sur une courbe d'indifférence discrète, si on passe d'un point A à un point B, le TMSx/y équivaut à la pente (en valeur absolue) de la droite qui unit ces deux points. Par conséquent, le TMS x/y est égal au rapport (en valeur absolue) des variations entre le bien Y et le bien X.

$$|TMS\ x/y| = -\Delta y / \Delta x$$

On définit un TMS x/y positif (valeur absolue) pour faciliter son interprétation.

Graphique N° 9 : Représentation du TMS x/y avec variations discrètes



Le passage de A à B se traduit par une réduction de Y (-Δy) et une augmentation de X(+Δx)

- Cas d'une courbe continue

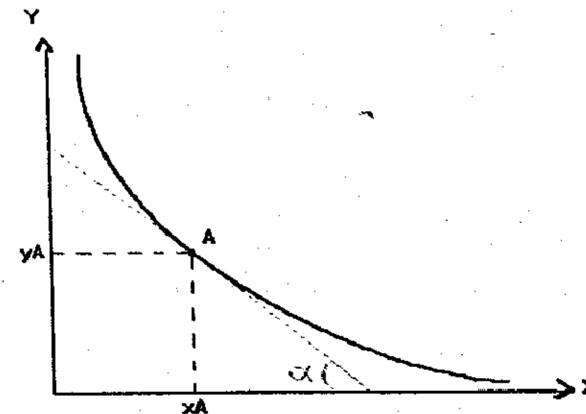
Si les biens sont parfaitement divisibles et que les quantités substituées sont très petites, le TMS x/y équivaut géométriquement à la pente (en valeur absolue) de la tangente à la courbe d'indifférence en un point, soit:

$$|TMS\ x/y| = -dY/dX$$

Mathématiquement, le TMS x/y correspond à la dérivée première (en valeur absolue) de la fonction de la courbe d'indifférence.

Le Taux Marginal de Substitution est alors un taux d'échange instantané en un point de la courbe d'indifférence. Le TMS devient, de ce fait, une notion ponctuelle.

Graphique N°10: TMS x/y cas d'une courbe continue



Le TMS x/y en A est égale à la valeur de la pente de la tagente au point A=tang(α)

- TMS x/y et utilités marginales

Soit une fonction d'utilité ordinale sous la forme : U = f(x.y).

Les utilités des biens X et y sont:

$$Umx = f'x = df / dx$$

$$Umy = f'y = df / dy$$

Comme le niveau de satisfaction est, sur une même courbe d'indifférence, constant, la différentielle totale de la fonction d'utilité par rapport à x et y est nulle.

$$dU = f'x.dx + f'y\ dy = 0 \text{ et}$$

$$f'x \, dx = - f'y \, dy$$

$$f'x / f'y = -dy/dx$$

Il s'en suit que la valeur algébrique du TMS x/y est égale:

TMS x/y = dy/dx = -Umx/Umy
et
|TMS x/y| = -dy/dx = Umx/Umy

Sur une courbe d'indifférence, le TMS x/y équivaut au rapport des utilités marginales de X et de Y.

* L'explication économique des propriétés du TMS

- La valeur algébrique du TMS est toujours négative. Cette propriété découle de la substituabilité entre les biens. La variation positive de la quantité d'un bien implique nécessairement -pour rester sur la même courbe d'indifférence- une variation négative compensatoire de l'autre bien. Cette propriété se traduit géométriquement par une pente négative en chaque point de la courbe d'indifférence.

- Le taux marginal de substitution x/y varie le long d'une courbe d'indifférence.

Le TMS est en effet, une notion ponctuelle. Il existe donc aux différents points de la courbe d'indifférence des taux d'échanges différents de X et de Y. Cette caractéristique découle de la loi de décroissance des utilités marginales. On rappellera que l'utilité marginale d'un bien est fonction décroissante de la quantité de ce bien dont dispose le consommateur. Or, le TMS équivaut au rapport des utilités marginales des biens.

- Le taux marginal de substitution x/y est décroissant.

La décroissance du TMS découle de la convexité des courbes d'indifférence. Lorsqu'on se déplace de gauche à droite sur une courbe d'indifférence, le TMS x/y décroît en valeur absolue. Cette évolution du TMS est logique au regard de celle des utilités marginales des biens.

En effet, un déplacement vers la droite sur la courbe d'indifférence, signifie que l'Umx diminue (X augmente), tandis que l'Umy augmente en conséquence de la baisse de la quantité de Y. Cela veut dire que la baisse du rapport (-dy/dx) résulte de celle du rapport (Umx/Umy), puisque ces deux rapports sont égaux. Toutefois, il varie entre l'infini et zéro et ne peut être égal à ces deux valeurs extrêmes, en vertu de A1.

- Ainsi l'évolution décroissante du TMS est due à ce qu'on appelle **la loi de substitution** et qui implique que la valeur relative de substitution d'un bien dépend de sa rareté.

Selon cette loi, le taux auquel se fait l'échange entre biens dépend de la position où l'on se situe sur la courbe d'indifférence. Ainsi, pour obtenir une unité supplémentaire du bien x, le consommateur sera d'autant plus disposé à céder de grandes quantités du bien Y que celui-ci est abondant.

Cette décroissance du TMS exprime donc une difficulté croissante de substitution liée au fait que les biens sont imparfaitement substituables.

Conclusion:

Les propriétés du TMS découlent de la loi de substitution d'une part, et, des caractéristiques de l'utilité marginale d'autre part.

Exercice d'application 2

Un consommateur achète 2 biens X et Y. Sa fonction de satisfaction est exprimée par :

$$U = f(x,y) = 100 = x.y$$

1) Calculez le TMS x /y pour x = 10 ; 20 ; 40.
2) Expliquez l'évolution du TMS.

1) Le TMS x /y indique dans quelle mesure le consommateur peut remplacer le bien y par le bien x et ce tout en gardant le même niveau de satisfaction (même courbe d'indifférence).
Ce taux est mesuré par le rapport :

$$(TMS\,x/y) = -\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Pour une fonction continue - cas considéré ici -

$$(TMS\,x/y) = \frac{Umx}{UMy} = -\frac{dy}{dx}$$

en considérant la fonction **U** = x.y = 100, on a :

$$y = \frac{10}{x} \text{ et } y' = -\frac{10}{x^2}$$

de même $\frac{Umx}{Umy} = \frac{y}{x}$

Calcul du TMS x /y.

X	y	TMS X /Y
10	10	-1
20	05	-0,25
40	2,5	-0,06

2) Explication de l'évolution du TMS.

Lorsque X augmente, le TMS x/y diminue en valeur absolue. Cette évolution est liée à celle des utilités marginales des biens x et y et à la convexité de la courbe d'indifférence. Ainsi, par exemple au niveau du point
(x = 10, y = 10), les utilités marginales de x et de y sont égales.

d/ La contrainte budgétaire

On désigne par contraintes, l'ensemble des paramètres sur lesquels le consommateur n'a aucune influence, à savoir son revenu ou budget et les prix des biens.

En postulant que la totalité du budget est affectée par le consommateur à l'achat de deux biens X et Y, on peut définir l'**expression de la contrainte budgétaire** comme suit:

$$R = Px.x + Py.y \dashrightarrow R - (Px.x + Py.y) = 0$$

La **droite budgétaire** appelée aussi ligne de budget représente l'ensemble des combinaisons qui ont le même coût, d'où son nom de **droite d'isocoût**. Pour la tracer, il suffit de connaître deux points sur l'axe des ordonnées .

Si x=0, le consommateur achète une quantité de y= R/Py . Sur l'axe des abscisses, le consommateur achète une quantité de X=R/PX, si Y=0. En joignant ces deux points extrêmes, nous obtenons une droite budgétaire, qui est le lieu géométrique d'une infinité de combinaisons XY à coût constant.

* Equation de la droite budgétaire:

L'équation de la droite budgétaire est obtenue à partir de l'expression de la contrainte budgétaire comme suit:

R= (PX.X) + (PY.Y)
et Y = (-PX/PY) . X + R/PY .

Cette équation est de la forme: Y= ax+ b
où a représente la pente de la droite et est égale à (-PX/PY).

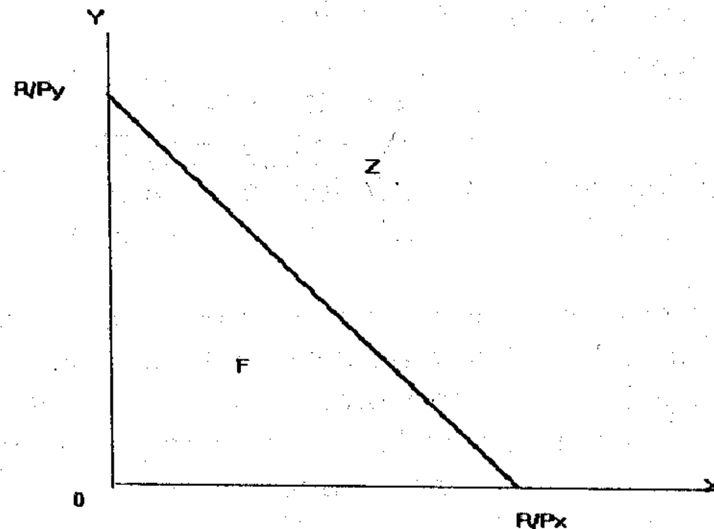
Cette équation montre que la consommation du bien Y est fonction de celle du bien X. Plus précisément, la consommation de Y est fonction décroissante de celle de X, compte tenu de la substituabilité entre les deux biens.

Quant à la pente, qui mesure le rythme de variation de la consommation de Y par rapport à celle de X, sa valeur dépend du **prix relatif** des deux biens[1].

A titre d'exemple, si X est cher par rapport à Y, la variation de Y sera importante, car la pente de la droite est forte en valeur absolue et, inversement, si X est bon marché par rapport à Y, la variation de Y est moindre car la pente est faible.

[1] *Le prix d'un bien signifie la somme d'argent qu'il faut payer pour acquérir une unité de ce bien. On distingue le prix monétaire ou absolu du prix relatif. Le prix monétaire est évalué en monnaie alors que le prix relatif est le rapport entre deux prix absolus et exprime le rapport entre le prix d'un bien par rapport à celui d'un autre bien.*

Graphique N°11



La Droite de Budget présente les caractéristiques et a la signification suivantes:

- L'acquisition d'un panier de consommation situé sur la droite de budget nécessité la dépense de la totalité du revenu.

- Les paniers de consommation situés entre la droite de budget et l'origine ont un coût inférieur aux revenus des ménages. Ex: point F.

- En revanche, les paniers de consommation se trouvant au-dessus de la droite de budget coûtent davantage que le revenu des consommateurs (Point Z).

De ce fait, la Droite de Budget joue le rôle de frontière entre la zone de ce qui est possible de ce qui est impossible à atteindre avec un revenu donné.

Exercice d'application 3

Supposons qu'un consommateur dispose d'un revenu (Budget) de 200 dh qu'il doit affecter à l'achat de 2 biens x et y dont les prix respectifs sont 20 et 10 Dh.

1) Déterminez l'équation de la droite de budget et représentez-la graphiquement.

2) Expliquez la signification économique de sa pente

1) La droite du budget du consommateur indique l'ensemble des combinaisons des biens x et y que le consommateur peut acheter en épuisant la totalité de son budget R = x Px + y Py.

La droite de budget a pour équation :

200 = 20x +10y

y = -2x +20.

2) La pente de la droite du budget a pour valeur (-2), (en valeur absolue), le rapport des prix (ou prix relatifs).

On rappelle que dy/dx = -2 ce qui signifie que lorsque y varie de 2 unités, x varie en sens inverse d'une unité.

On peut rapprocher ce résultat du fait que le prix de x est le double de celui de y.

Conclusion:

Nous disposons à présent de l'ensemble des outils d'analyse de l'équilibre du consommateur et ce dans une optique ordinale. Les informations sont de deux sortes:

D'une part, des éléments relatifs aux préférences du consommateur et à ses goûts

repérés par la forme de la courbe d'indifférence et par le TMS.

D'autre part, des informations sur les paramètres qui déterminent le comportement du consommateur, à savoir son budget et les prix des biens qu'il achète. Comment se détermine, à l'aide de ces instruments, l'optimum du consommateur?

2.2 Le choix de la combinaison optimale

* Position du problème

Le consommateur achète les biens X, Y... selon la valeur (subjective) qu'il leur accorde. Son objectif, qui découle du caractère rationnel de son comportement, est de réaliser, par ses achats, le maximum de satisfaction. Cependant, il doit tenir compte de ses capacités budgétaires et des prix des biens sur le marché. Il doit donc concilier ce qu'il veut avec ce qu'il peut, ce qui implique une jonction entre la fonction de satisfaction et la contrainte budgétaire. Le consommateur cherchera donc le maximum de satisfaction avec le budget dont il dispose.

On rappellera que les prix des biens sont donnés, et que le consommateur n'a aucune possibilité de les faire varier. En simplifiant, on peut formuler le problème d'équilibre du consommateur comme suit:

Soit une fonction d'utilité ordinale

$$U = f(x,y)$$

et la contrainte budgétaire $R = Px.x + Py.y$.

Le consommateur cherchera à résoudre le programme suivant:

Max.U = f(x,y)
Sous contrainte
R0 = Px.x +Py.y
--> R0 - (Px.x + Py.y) = 0

Cependant, le consommateur peut aussi chercher à minimiser sa dépense pour atteindre un niveau de satisfaction donné. Dans ce cas, l'optimum à réaliser est:

Min. Px.x + Py.y
Sous contrainte
U0= f(x,y) =

a/ Position tangentielle de l'équilibre: l'approche graphique

* Cas général

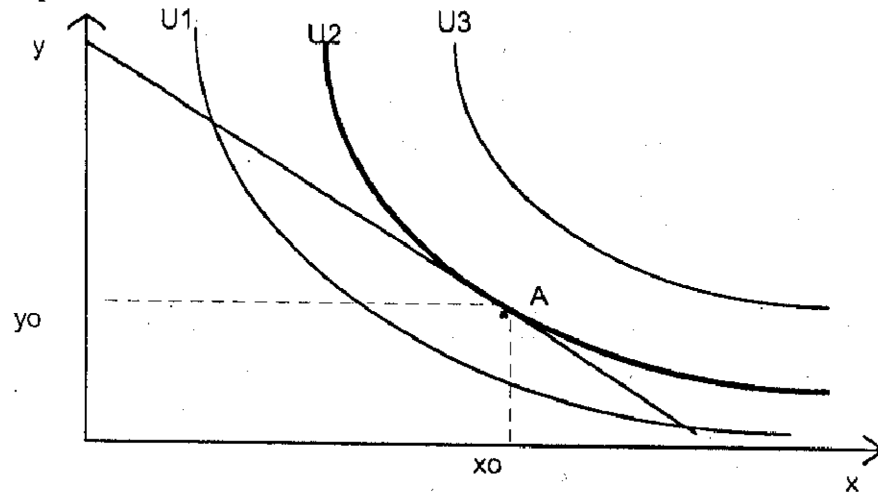
A partir des fonctions d'utilité U = f(x,y) et de la contrainte budgétaire R = Px.x +Py.y, on déduit: l'équation de la courbe d'indifférence Y = f(x) avec U constante.

L'équation de la droite de budget :

$$Y = -Px/Py\ x + R/Py$$

La fonction d'utilité permet de définir une carte d'indifférence du consommateur (avec U variable).

Graphique N°12: Position tangentielle de l'optimum



Le consommateur se trouvera devant plusieurs courbes d'indifférence possibles (carte d'indifférence). Son objectif est de disposer d'une combinaison située sur une courbe la plus à droite possible par rapport à l'origine.

Graphiquement, la position optimale est celle qui correspond au point de tangence de la droite budgétaire et de la courbe d'indifférence U2.

Au point A, correspondant à la situation optimale du consommateur, la droite de budget est tangente à la courbe d'indifférence U2.

Géométriquement, l'équilibre du consommateur est réalisé lorsque la pente de la droite de budget est exactement égale à celle de la courbe d'indifférence. Or, la pente de la droite du budget est égale au rapport des prix.

On peut en déduire la caractéristique géométrique fondamentale de l'équilibre du consommateur, à savoir qu'à l'optimum, le TMS est égal au rapport des prix.

TMS x/y = dy/dx = -Px/Py et |TMS x/y| = -dy/dx = Px/Py

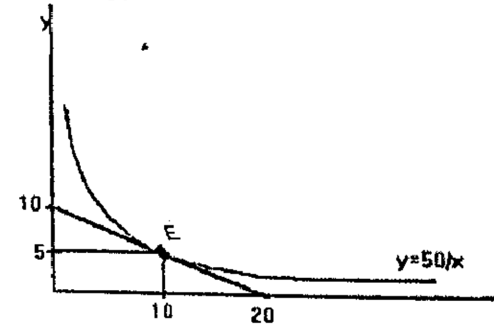
Exercice d'application 4

Détermination graphique de l'équilibre du consommateur :

U = x.y = 50

Px = 10 ; Py = 20 R = 200

avec commentaire.



b/ Méthodes de détermination algébrique de l'équilibre

La détermination algébrique de l'équilibre du consommateur, procède de la même logique à savoir un objectif de maximisation de la satisfaction sous contrainte de paramètres relatifs au budget du consommateur et aux prix des biens. Pour déterminer l'optimum du consommateur, deux méthodes sont généralement utilisées:

* Méthode de substitution

- Cas général

On suppose que le consommateur cherche à réaliser le programme suivant:

$$Max.U = f(x,y) \quad (1)$$

Sous contrainte

$$R_0 = Px.x + Py.y$$

$$y = (-Px/Py)\ x + R_0/Py \quad (2)$$

La méthode de substitution comprend les étapes suivantes:

+ On forme une fonction d'utilité à une seule variable en substituant à y dans (1) son expression dans (2):

$$U = f[(x,\{(-Px/Py)\ x + R_0/Py\}] \quad (3)$$

+ Recherche du maximum de U, telle qu'exprimée en (3)

Condition de premier ordre

$$dU/dx = f'x + f'y\ (-Px/Py) = 0 \quad (4)$$

$$\text{Et} \quad f'x\ /\ f'y = Px\ /\ Py \quad (5)$$

La condition de premier ordre de maximisation de l'utilité sous contrainte d'un revenu donné, implique que le rapport des utilités marginales soit égal au rapport des prix.

La relation (5) peut s'écrire:

$$f'x/Px = f'y/Py \iff Umx/Px = Umy/Py$$

La relation (5) traduit la deuxième loi de Gossen, à savoir qu'à l'équilibre les utilités marginales pondérées par les prix sont égales.

. Condition de deuxième ordre

Pour que l'optimum corresponde à un maximum, on doit vérifier que:

$$d^2U/dx^2 < 0$$

Cette deuxième condition -dérivée seconde négative- traduit la convexité des courbes d'indifférence.

Exercice d'application 5

*Méthode de substitution :

- Soit une fonction d'utilité.

$$U = f(x,y) = x.y \quad (1)$$

La contrainte budgétaire est exprimée par :

$$200 = 10x + 20y. \quad (2)$$

- Problème à résoudre :

Chercher le maximum de U (1) sous la contrainte budgétaire (2).

Pour ce faire, on déduit les phases suivantes :

* A partir de (2), on formule l'équation de la droite de budget

$$y = \frac{Px}{Py}x + \frac{R}{Py} = \frac{-1}{2}x + 10 \quad (3)$$

* A partir de (1) et (3), on forme -par substitution - une fonction à une seule variable x(y étant remplacé par son expression en x dans (3)].

$$U = f(x(-\frac{1}{2}x + 10) \quad (4)$$

$$U = -\frac{x^2}{2} + 10x$$

La formation d'une fonction à une seule variable, outre qu'elle facilite la résolution du problème, constitue une manière d'intégrer la contrainte budgétaire dans l'objectif d'optimisation du consommateur.

* Application des conditions de maximisation d'une fonction à une seule variable.

Ces conditions sont en nombre de 2.

1ère condition :

- $U'(x) = 0$

* A partir de (4).

- $U'(x) = -x + 10 = 0$ (5)

et $x = 10$.

et en remplaçant x par sa valeur en (3), on a $y = 5$.

La première condition indique seulement que le point (10,5) est un extremum. Pour que ce point corresponde à un maximum, il faut que

- $U''(x) < 0$.

A partir de (5) $U''(x) = -1$ et donc il s'agit d'un maximum.

* Détermination du maximum de satisfaction (en fait l'indice de satisfaction) permis par le budget :

soit, à partir de (1)

$$U = x.y = 50.$$

* Méthode du multiplicateur de Lagrange

- Cas général

Soit $U = f(x,y)$ et $R = x.Px + y.Py$

On cherche le maximum de U sous contrainte de R0

On formule le Lagrangien, soit L à maximiser:

Max $L = f(x,y) + l\,(R-xPx-yPy)$

. Conditions de premier ordre:

$dL/dx = f'x - lPx = 0$ (1)

$dL/dy = f'y - lPy = 0$ (2)

$dL/dl = R - xPx - yPy = 0$ (3)

A partir de (1) et (2), on peut écrire:

$$f'(x)/Px = l \quad \text{et} \quad f'(y)/Py = l$$

La condition d'équilibre s'écrit:

$$f'(x)/Px = f'(y)/Py = l \qquad (4)$$

$f'(x)$ et $f'(y)$ sont les utilités marginales respectives des biens X et Y. On peut donc réécrire l'expression (4), comme suit:

$$Umx/Px = Umy/Py = l \qquad (5)$$

$$Umx/Umy = Px/Py = l \qquad (6)$$

Les expressions (5) et (6) traduisent la deuxième loi de Gossen.

. Condition de second ordre

La condition de second ordre pour réaliser un maximum de satisfaction est définie à partir des dérivées secondes.

On forme la matrice suivante:

$$\begin{vmatrix} L''xx & L''xy & L''xl \\ L''yx & L''yy & L''yl \\ L''lx & L''ly & L''ll \end{vmatrix}$$

Pour que l'extremum corresponde à un maximum, il faut que le déterminant H (hessien) de la matrice précédente soit positif.

d'où $H > 0$

- *Signification économique du* ***multiplicateur de Lagrange***

La signification économique de l, multiplicateur de Lagrange peut être tirée des égalités (5) et (6).

Le multiplicateur de Lagrange mesure la satisfaction ou utilité marginale (en X et en Y) procurée par la dépense d'une unité monétaire supplémentaire du revenu.

Si S est la satisfaction et R le revenu, on peut donc écrire:
$l = dS / dR$

On remarquera également qu'à l'équilibre, l exprime la valeur du TMS.

Exercice d'application 6

soit $U = f(x,y) = x.y$ (1)
et $R = 200$; $Px = 20$ et $Py = 10$.
La contrainte budgétaire est :
$200 = 20x + 10y$ (2).

Il s'agit pour le consommateur de résoudre le programme suivant :
Maximum de U (1)
Sous contrainte (2).

Pour ce faire, on suit les étapes suivantes :
* On forme le lagrangien soit :

$F = f(x,y) + l(R-xpx - ypy)$
$= x.y + l (200 - 20x -10y)$ (3)

l est le multiplicateur de lagrange.
* On applique les conditions de maximinisation d'une fonction à 3 variables (x,y,l).

Max $U = xy + l (200 - 20x - 10y)$

Conditions (nécessaires) de 1er ordre :
$dF/dx = y - 20l = 0$ (4)
$dF/dy = x - 10l = 0$ (5)
$dF/dl = 200 - 20x - 10y = 0$ (6)

A partir de (4) et (5), on déduit les relations suivantes :
$y = 20l$ (7)
$x = 10l$ (8)

et le rapport entre (6) et (7) donne :
$\frac{y}{x} = 2$ et $y = 2x$ ou $= \frac{1}{2}y$ (8)

A partir de (2), on a :
$y = 10$ $x = 1/2y = 5$ $l = 1/2$.

l est l'utilité marginale indirecte du revenu: si le revenu augmente de 1 DH, l'utilité totale augmente de 1/2.

- Condition du second ordre

Il s'agit d'un maximum si le déterminant de la matrice hessienne-formée des dérivées partielles seconde est positif :

Le Hessien est :

$$H = \begin{vmatrix} F''xx & F''xy & F''xl \\ F''yx & Fyy & F''yl \\ F''lx & F''ly & F''ll \end{vmatrix}$$

et par application numérique

$$H = \begin{vmatrix} 0 & 1 & -20 \\ 1 & 0 & -10 \\ -20 & -10 & 0 \end{vmatrix} = 2\,px\,py = 400$$

Il s'agit donc d'un maximum.
* Le niveau de satisfaction est $5.10 = 50$.

c/ Propriété de l'optimum et rapprochement avec l'analyse cardinale

On rappellera que pour l'optique ordinale, l'utilité n'est pas mesurable. Une courbe d'indifférence ne mesure pas l'utilité mais exprime seulement un ordre de préférence. Mais le rapport entre les utilités marginales, utilisé comme indicateur dans l'analyse ordinale ne rapproche-t-il pas les deux optiques?

L'expression du $|TMS\ x/y| = -dy/dx = Umx/Umy$

et $|TMS\ x/y| = -dy/dx = Px/Py$

On peut en déduire :

$$|TMS\ x/y| = -dy/dx = Umx/Umy = Px/Py$$

Et $$Umx/Px = Umy/Py$$

Cette égalité signifie que le prix d'un bien et son utilité marginale doivent être proportionnels. C'est la règle d'optimisation utilisée dans l'analyse cardinale: la deuxième loi de Gossen.

3- LA THEORIE DE LA DEMANDE

3.1- De l'optimum du consommateur à la fonction de demande

* Position du problème

La théorie de l'utilité marginale considérée dans la section précédente, constitue le fondement psychologique des choix du consommateur et donc de sa demande pour les biens économiques. Il s'agit de montrer dans ce qui suit comment on déduit la demande du consommateur de son calcul économique et quelles sont, en conséquence, les caractéristiques de cette demande?

3.1.1- Déplacements de la droite de budget en fonction de la variation du revenu et des prix

* Position du problème :

Jusqu'à présent, nous avons considéré le revenu du consommateur et les prix des biens comme des données. Or qu'arrive-t-il au niveau de la Droite du Budget si on considère que l'une au moins de ces contraintes varie?

a/ Variation du revenu nominal

Pour commencer, considérons que le **revenu nominal**[2] du ménage varie, les prix des biens restant inchangés.

Soit R le revenu nominal et PX, PY les prix de X et deY.

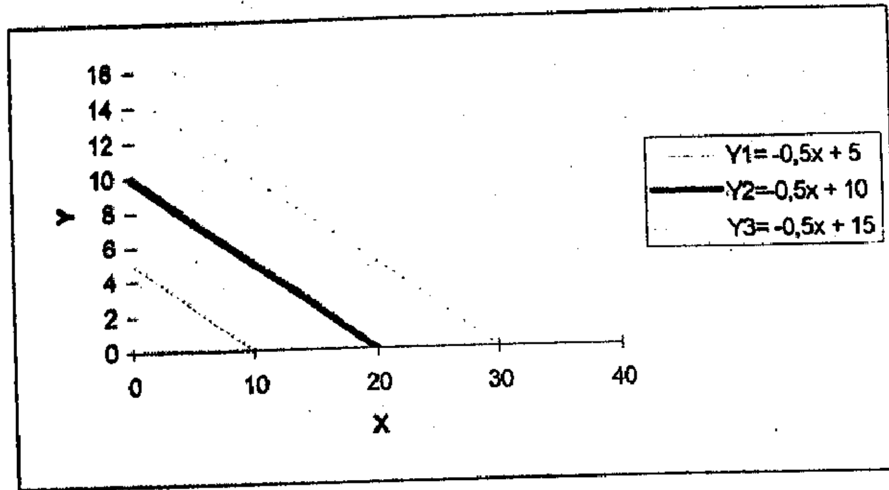
L'équation de la droite de budget s'écrit:

- Niveau de revenu R1=100 $Y1 = -0,5x + 5$
- Niveau de revenu R2= 200 $Y2 = -0,5x + 10$
- Niveau de revenu R3= 300 $Y3 = -0,5x + 15$

---

[2] *Le revenu nominal du ménage représente son revenu exprimé en unités monétaires par période. Le revenu nominal se distingue du revenu réel qui exprime le pouvoir d'achat du premier, c'est à dire la quantité de biens et services qu'il lui permet d'acheter.*

Graphique n°13 :



(1)
R_1---------> $Y_1 = -(PX/PY)\ x + R_1/PY$
R_2---------> $Y_2 = -(PX/PY)\ x + R_2/PY$
R_3---------> $Y_3 = -(PX/PY)\ x + R_3/PY$

A chaque niveau de revenu nominal Rn, correspond une nouvelle droite de budget. Cependant ces droites ont la même pente (-PX/PY).

La Droite de Budget se déplace, dans ce cas, parallèlement à elle-même (pente constante), à droite ou à gauche, selon qu'il s'agisse respectivement d'une augmentation ou d'une diminution du revenu nominal. A titre d'exemple, si le revenu nominal diminue de moitié, les prix nominaux étant inchangés, la quantité de biens que le consommateur va se procurer, diminuera de moitié, et la droite de budget va donc se déplacer à gauche.

b/ Variation des prix

Qu'arrive-t-il en cas de variation des prix avec un revenu nominal constant? Pour répondre à cette question, il faut distinguer deux cas de figure:

* Variation proportionnelle des prix:

Supposons que les prix nominaux des biens X et Y changent dans la même proportion. Cela veut dire que la droite de budget va se déplacer parallèlement à elle-même puisque la pente reste la même. De ce fait, la variation proportionnelle des prix nominaux produit le même effet qu'une variation de revenu nominal. Ainsi une réduction proportionnelle des prix nominaux fait déplacer la droite de budget vers la droite et une augmentation proportionnelle la fait déplacer vers la gauche.

Remarque:

Qu'arrive-t-il en cas de variation proportionnelle des prix nominaux et du revenu nominal?

Supposons que les prix nominaux des biens X et Y augmentent tous les deux de 50% et supposons que le revenu nominal augmente aussi de 50%. Ces variations des prix nominaux et du revenu nominal s'annulent l'une l'autre et le **revenu réel**, c'est-à-dire le pouvoir d'achat du consommateur reste inchangé.

Ce qui précède montre que la distinction entre revenu réel et revenu nominal est fondamentale pour comprendre le comportement du consommateur et la fonction de demande.

Ainsi, toute variation du revenu nominal à prix constants, entraîne une variation équivalente du revenu réel. Par contre, lorsque les prix nominaux

varient, le revenu réel et le revenu nominal ne varient pas dans la même proportion et peuvent même connaître des variations opposées.

L'exemple suivant permet d'illustrer ce cas: supposons que les prix nominaux augmentent de 50% , si le revenu nominal augmente dans la même proportion, le revenu réel ne change pas. Si le revenu nominal augmente d'un pourcentage inférieur à 50%, le revenu réel diminue et inversement.

* Variation des prix relatifs:

Qu'arrive -t-il en cas de variation non proportionnelle des prix nominaux (absolus)?

Pour simplifier, considérons que seul le prix d'un des biens varie et que le revenu nominal est constant. Il s'en suit que la pente de la droite de budget change car elle reflète le prix relatif des deux biens.

Supposons que le prix de X varie, on aura:

P_1X--------> $-(P_1X/PY)x + R/PY$ (2)

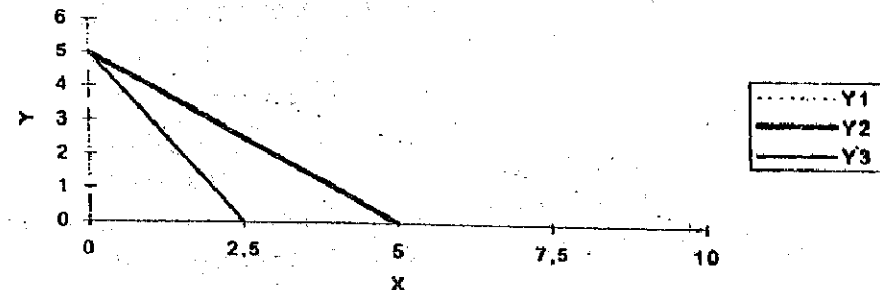
P_2X--------> $-(P_2X/PY)x + R/PY$

P_3X--------> $-(P_3X/PY)x + R/PY$

Plus précisément, il s'agit d'une rotation de la Droite de Budget autour du point d'intersection de l'axe des ordonnées (Prix de X change, prix de Y constant). Cette rotation se fait dans le sens des aiguilles d'une montre, à savoir vers la droite pour une diminution du prix de X et en sens inverse dans le cas d'une augmentation du prix de X.

Graphique N°14

a/ Rotation de la droite du budget, avec PX variable

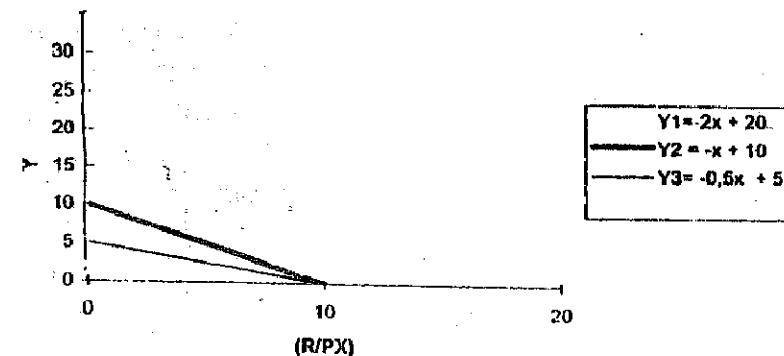


Remarque: seul un changement du revenu réel implique un déplacement (ou une rotation) de la Droite de Budget.

Si le prix de Y change, prix de X constant, la rotation se fera autour du point d'intersection avec l'axe des abscisses et avec le même raisonnement.

Graphique N°15

a/ Rotation de la droite du budget, avec PY variable



3.1.2 Effets d'une variation du revenu sur la consommation de l'individu

* Position du problème.

Soit U = f(x,y) une fonction d'utilité ordinale exprimant les préférences du consommateur. Soient PX le prix de X et PY le prix de Y, constants. En supposant que le budget varie et passe par trois niveaux successifs (R1, R2, R3); on définit une relation fonctionnelle entre la structure de consommation et le niveau de budget. Quelle est la nature et l'intérêt économique de cette relation?

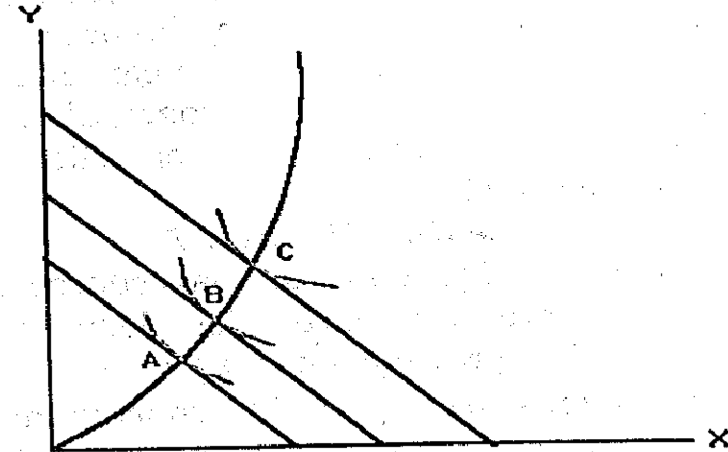
$$(3)\quad \begin{aligned} R_1 &\text{------------}> (x_1, y_1) \\ R_2 &\text{------------}> (x_2, y_2) \\ R_3 &\text{------------}> (x_3, y_3) \end{aligned}$$

a/ La courbe de Consommation revenu

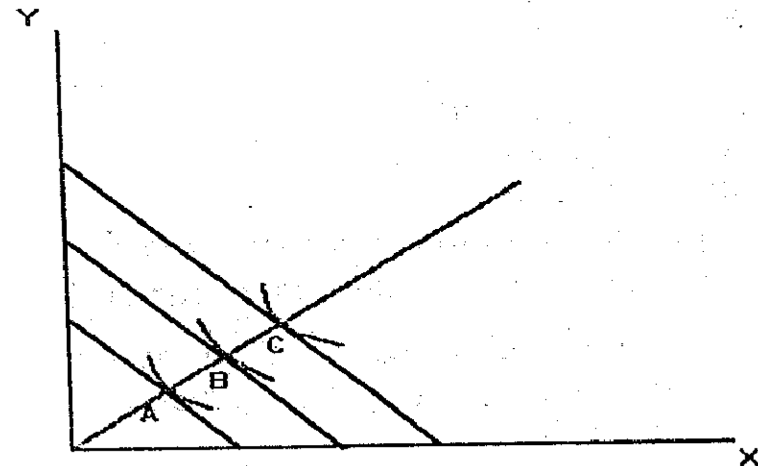
On avait déjà vu que la variation du revenu nominal à prix constants fait déplacer la droite de budget parallèlement à elle-même, à droite par rapport à l'origine quand le revenu augmente et à gauche quand le revenu diminue. Or, pour chaque niveau de revenu ou budget, le consommateur choisit une combinaison optimale située sur une courbe d'indifférence déterminée. En reliant les points d'équilibre ainsi déterminés par la variation du revenu nominal, on obtient **la courbe de consommation en fonction du revenu**, comme le montre la figure ci-dessous.

Graphique n°16: Les Courbes de Consommation-revenu

* Courbe de Consommation-revenu cas d'une fonction non homogène



* Courbe de Consommation-revenu cas d'une fonction homogène



Cette courbe montre comment évolue la combinaison de produits achetés et donc la **structure de consommation** lorsque le revenu nominal varie avec des prix relatifs constants. La forme de cette courbe donne des informations fondamentales sur la nature des biens consommés. C'est à partir de la courbe de consommation par rapport au revenu qu'on déduit en effet, les fameuses **lois d'Engel**.

Exercice d'application 7

Déterminons l'équation de la courbe de consommation revenu à partir des données de l'exercice d'application 1.6 ci-dessus.

Les conditions de 1er ordre concernant la maximisation de la fonction de satisfaction sont :

$dF/dx = y - 20 l = 0$ (4)

$dF/dy = x - 10 l = 0$ (5)

$dF/dl = 200 - 20x - 10y = 0$ (6)

$\frac{(4)}{(5)} \Leftrightarrow \frac{y}{x} = \frac{20l}{10l} = 2$ (7)

et $y = 2x$ (8)

Représente l'équation de la courbe de consommation-revenu.

On remarque qu'il s'agit d'une droite croissante dont la pente est $\frac{Px}{Py}$ c'est-à-dire, la valeur du TMS.

Au niveau d'équilibre, cette valeur ne change pas sur la courbe de consommation- revenu

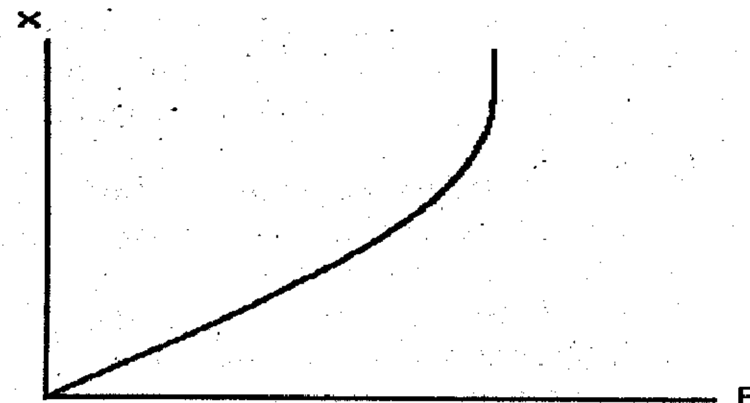
b/ Les lois d'Engel

L'étude d'Engel, statisticien allemand (1821-1896), a porté sur l'évolution de la demande d'un bien en fonction du revenu de l'individu, ou, ce qui revient au même, les effets de la variation du revenu sur la consommation.

Supposons qu'on étudie l'effet de la variation de R sur la consommation du bien X. A partir de (3), on met en évidence la relation entre variation du revenu et variation de la consommation du bien X, comme suit:

$$(4) \quad \begin{array}{l} R_1 \dashrightarrow (x_1) \\ R_2 \dashrightarrow (x_2) \\ R_3 \dashrightarrow (x_3) \end{array}$$

Graphique N°17: Courbe d'Engel pour le bien X



La forme de la courbe d'Engel dépend de la nature économique du bien.

Les différentes lois d'Engel décrivent des relations particulières entre consommation et revenu, relations s'expliquant par la nature économique des biens & services.

Pour Engel, l'impact d'une variation du revenu sur la consommation du bien (au niveau d'un individu ou d'un ménage), est différente selon qu'il s'agisse d'un bien inférieur, normal ou supérieur. Envisageons succinctement ces trois cas:

- Pour les **biens inférieurs**, l'effet revenu est négatif, à savoir qu'une augmentation du niveau de vie se traduit par une réduction de la consommation de ces biens au profit d'autres biens jugés par le consommateur de meilleure qualité.(cas de certains biens alimentaires comme le pain).

- Concernant les **biens normaux**, l'effet revenu est positif dans ce sens que lorsque niveau de vie s'améliore, la consommation de ces biens augmente, mais, elle augmente de façon proportionnelle, ou moins proportionnelle que le revenu. (cas de certains biens comme l'habillement ou le logement).

- Quant aux **biens supérieurs**, l'effet revenu est non seulement positif mais leur consommation augmente plus rapidement que le revenu (tous les autres biens classés en dehors des deux autres catégories précédentes: dépenses de vacances et loisirs, achat de biens durables...).

Remarque:

Il n'existe pas de critère de classification a priori des biens dans une catégorie ou dans une autre. Le critère est donc d'ordre statistique et la classification varie selon les époques et les pays.

Exercice d'application 8

A partir des points d'équilibre de la courbe consommation-revenu de l'exercice précédent (7), on peut déterminer les équations des courbes d'ENGEL pour les biens x et y.

En effet, la relation d'ENGEL concerne la demande optimale d'un bien en fonction du revenu.

Réferons nous aux données de l'exercice 6.

On a $y = 2x$ (8)

remplaçons y par sa valeur dans la contrainte budgétaire en considérant R comme variable.

$$R = 20x + 10\,(2x) = 40x$$

$$\text{et } x = \frac{R}{40}$$

C'est l'équation de la courbe d'ENGEL pour le bien x.

On peut exprimer l'équation de la courbe d'ENGEL pour le bien y, soit.

$$y = \frac{2R}{4} = \frac{R}{2}$$

On remarque que lorsque le revenu augmente la consommation de X et de Y augmentent . Les deux courbes d'ENGEL sont donc croissantes; cependant une augmentation du revenu profite beaucoup plus à la consommation de y qu'à celle de x.

3.1.3- Impact de la variation des prix sur la consommation

* Position du problème :

Envisageons maintenant les conséquences d'une modification des prix relatifs, avec un revenu nominal constant, sur la consommation. Pour simplifier, nous supposons que seul le prix de X

change et passe par les niveaux suivants: P_1X, P_2X, P_3X... Quel est l'impact de ce changement sur la consommation de X et de Y?

On avait déjà vu - relation (2)- qu'en cas de changement du prix du bien X, toutes choses étant égales par ailleurs, les droites de budget qui correspondent à cette situation admettent la même ordonnée à l'origine, à savoir R/PY. La relation qu'on se propose d'étudier est la suivante:

$$(5)\qquad \begin{array}{l} P_1X \text{-----------------}> (x_1,y_1) \\ P_2X \text{-----------------}> (x_2,y_2) \\ P_3X \text{-----------------}> (x_3,y_3) \end{array}$$

a/ Définition de la courbe de consommation-prix

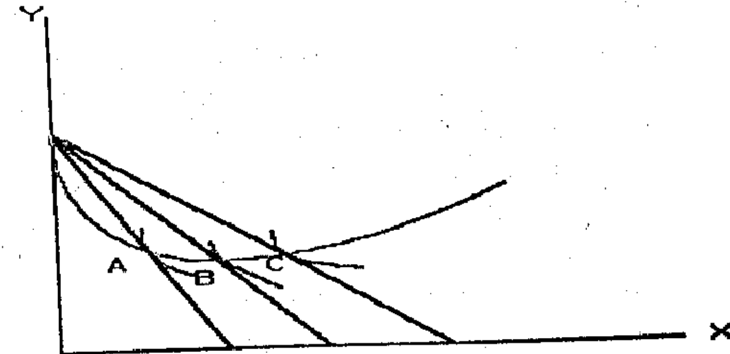
En faisant varier le prix de X, on détermine différentes situations d'équilibre. La **courbe de consommation-prix** de X et la courbe qui joint ces différentes situations d'équilibre à l'ordonnée à l'origine R/PY. Cette courbe montre donc l'impact d'un changement du prix du bien X sur la structure de consommation de l'individu.

Remarque:

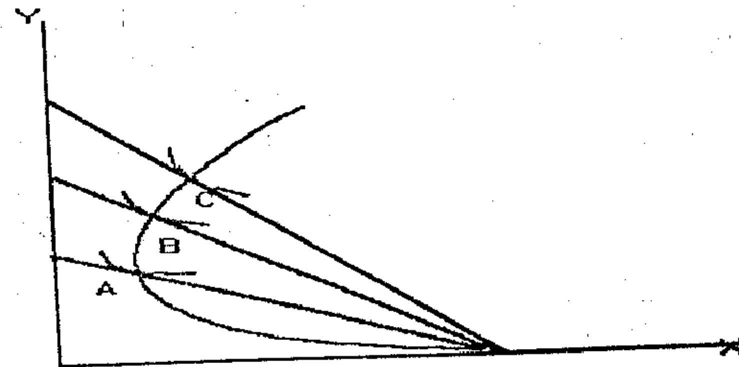
En cas de changement du prix de Y, toutes choses étant égales par ailleurs, le pivotement de la droite de budget se fera autour du pont R/PX situé sur l'axe horizontal.

Graphique N °18

* courbe de consommation **prix (PX change, PY** constant)



* Courbe de consommation -prix **(PY change,** PX constant)



b/ Effet prix, effet revenu et effet de substitution.

* Définitions:

- **L'effet prix** se traduit par un réajustement des quantités des deux biens lorsque le prix d'un bien change. L'effet prix est la base de la construction de la courbe de consommation-prix.

Cet effet prix se décompose en deux effets, à savoir l'effet substitution et l'effet revenu.
L'effet prix s'explique donc par le jeu simultané de deux effets qu'on peut séparer pour les besoins de l'analyse.

Le premier effet est l'**effet-substitution**: lié au changement du prix relatif et à la réaction conséquente et rationnelle du consommateur en fonction de ce changement. En règle générale, il aura tendance à augmenter la consommation du bien devenu relativement moins cher. Or cela ne peut se faire, que s'il réduit la consommation du bien devenu relativement plus cher. Il doit donc substituer un bien à un autre en fonction de la variation du prix relatif. *L'effet substitution décrit donc les changements enregistrés dans les consommations des biens X et Y à revenu réel constant.*

La deuxième conséquence de l'effet prix est liée au changement du revenu réel du consommateur. Nous avons déjà vu en effet que même si le revenu nominal est constant, le revenu réel change avec le prix relatif. IL s'en suit que l'**effet-revenu** *montre les changements enregistrés dans les consommations des biens X et Y, changements dus à la seule variation du revenu réel.*

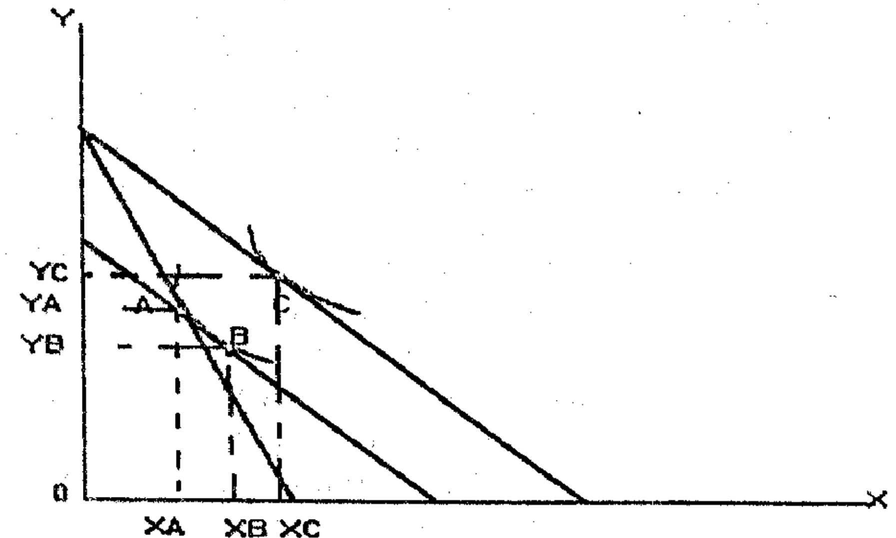
* Mesure des effets:

La variation du prix produit un effet total sur la consommation des biens qu'on peut décomposer en effet substitution et effet revenu. Pour ce faire, la méthode de Hicks, la plus utilisée, sera présentée avec le cas d'application suivant:

Pour Hicks, le revenu reste constant si avec une variation du prix d'un bien, toutes choses étant égales par ailleurs, le consommateur change certes de combinaison optimale mais en se situant sur la même courbe d'indifférence qu'auparavant. Pour Hichs donc tant qu'on est sur une même courbe d'indifférence le revenu réel ne change pas. Autrement dit, la constance du revenu réel équivaut à la constance du niveau de satisfaction.

* Illustration graphique de l'effet prix (effet de substitution et effet revenu)

<u>Graphique N°19</u>



ET= ES + ER =(XC - XA) et (YC - YA)
ES= (XB - XA) et (YB - YA)
ER= (XC - XB) et (YC- YB)

* Hypothèses:

Supposons une fonction d'utilité U = f (x,y) et la contrainte budgétaire R = xPX + yPY.

On suppose par ailleurs que le prix du bien X change, mettons qu'il diminue, toutes choses étant égales par ailleurs. Observons, à partir du graphique précédent, les effets de cette diminution de PX sur la consommation des biens X et Y. Intuitivement, on peut prévoir que, s'agissant de biens normaux, la réduction du prix de X va encourager le consommateur à augmenter sa consommation de ce bien. Mais qu'en est-il de la consommation de Y? Et peut-on mesurer l'effet d'impact de la variation du prix de X?

Le raisonnement se fait en deux étapes:

- On tient compte uniquement de l'effet substitution: pour cela, on considère uniquement l'effet dû à la baisse du prix de X comme si le revenu réel, mesuré par le pouvoir d'achat n'a pas varié.

IL s'agit là évidemment d'une **situation fictive**, introduite pour faciliter la séparation des effets de substitution et de revenu. On peut supposer par exemple que l'augmentation du revenu réel a été prélevée par un impôt.

En règle générale, l'effet-substitution se traduit par une augmentation de la quantité du bien X et une réduction de la quantité de Y.

- Dans la deuxième étape, on tient compte du changement de revenu (réel) lié à la variation du prix de X. Cette introduction de la variable revenu réel se fait en tenant compte du nouveau prix relatif du bien X. En règle générale, le changement du revenu réel affecte la consommation des deux biens X et Y.

Exercice d'application 9

* Mesure algébrique des effets croisés

Soit U = f(x,y) = xy une fonction d'utilité d'un consommateur.

Px = 20 ; Py = 10 et R = 200.

Supposons que le Px change et passe à 10 en t_2.

On demande de mesurer l'effet prix de x et de le décomposer en effet substitution et effet revenu selon la méthode de Hicks.

Pour cela, on suit les étapes suivantes :

* On détermine les positions d'équilibre avec les données, en t_1 et en t_2:

- en t_1, U = xy.
$y_1 = -2x + 10$

Comme cela a été montré dans l'exercice 6, la combinaison optimale est

x = 5 ; y = 10
et U = 50

appelons cette position A

- en t_2 U = xy
et $y_2 = -x + 10$

en utilisant une des méthodes de détermination algébrique de l'équilibre, on a :

x = 10 et y = 10
U = 100.

appelons cette position C.

L'effet prix se traduit par une augmentation de la consommation de x suite à la diminution de son prix. En fait, pour comprendre le passage de la position A à C, on détermine séparément l'effet substitution et l'effet revenu;

* Effet substitution : (E.S).

Pour évaluer l'E.S, on tient compte de la baisse du prix de X, mais non de la hausse conséquente du revenu réel. La position recherchée est caractérisée par les données suivantes :

Px = 10 (t_2)

Py = 10

U = xy = 50 (t_1)

Cela revient à résoudre un problème de minimisation de dépense pour atteindre un niveau de satisfaction donné; d' où le programme

Minimum R = 10x + 10 y
Sous contrainte U = xy = 50.

x^2 = 50 et x = 7,07
y = 7,07

Appelons cette position virtuelle B.
Le niveau minimum de dépense recherché est :

et $y_3 = -x + 14,14$.

* L'évaluation de l'effet revenu = (E.F)

la baisse du prix de X a provoqué une augmentation du revenu réel du consommateur (pouvoir d'achat).

Par rapport à la position fictive B, tout se passe comme si, à prix constants, le revenu nominal a augmenté. Ce qui se traduit par le passage de la position B à la position C.

* Résumons ces résultats dans le tableau suivant :

Indicateurs Positions	**Px**	**Py**	**x**	**y**	**R**	**U**
A	20	10	5	10	200	50
B	10	10	7,07	7,07	141,4	50
C	10	10	10	10	200	100

Le calcul des effets est:

	ES	**ER**	**ET**
x	2,07	2,93	5
y	-2,93	+2,93	00

La réaction du consommateur est montrée par le calcul de l'effet total du prix de x.

3.1.4- La dérivation de la courbe de Demande

A partir de la courbe de consommation prix et de la relation (5), intéressons nous d'un peu plus près, à la variation des quantités consommées d'un bien lorsque son prix varie. Prenons le cas du bien X:

A partir de (5), on peut écrire

$$(6) \quad \begin{array}{lcl} P_1X & \text{---------------->} & (x_1) \\ P_2X & \text{---------------->} & (x_2) \\ P_3X & \text{---------------->} & (x_3) \end{array}$$

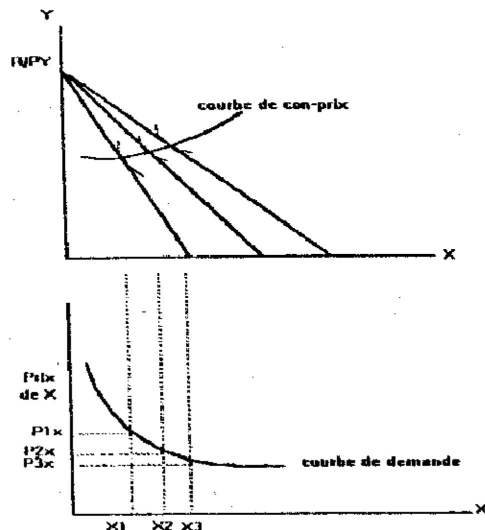
Cette relation prix quantité est définie comme étant **la loi de la demande** qui signifie que lorsque le prix d'un bien augmente par exemple, toute choses étant égales par ailleurs, la quantité consommée de ce bien diminue.

La relation fonctionnelle reliant le prix à la quantité d'un bien peut être directement tirée de la fonction de consommation-prix que nous venons de voir.

a/ La déduction graphique: la courbe de demande

Graphique N°20

Déduction de la courbe de demande



On remarquera que la déduction de la courbe de demande à partir du système des courbes d'indifférence du consommateur (courbe de consommation-prix), signifie que la demande est rationnelle au même titre que les choix effectués par le consommateur. C'est ainsi que la courbe de demande peut être définie comme le lieu géométrique des points représentatifs des couples quantité-prix. Les quantités correspondent aux combinaisons optimales des biens choisies par le consommateur.

b/ La déduction ou dérivation algébrique: la fonction de demande

Exercice d'application 10

Procédons à la déduction des équations des courbes de demandes des biens X et Y;

Pour cela, on considère les données d'équilibre de l'exercice 1.6, à titre d'illustration.

A l'optimum du consommateur, nous avons en vertu de la relation (8) :

$$\frac{y}{x} = \frac{Px}{Py} \Leftrightarrow y = \frac{xP}{Py}$$

On remplace, dans l'équation de la contrainte budgétaire, y par son expression en x, on a :

$$R = xPx + yPy \Leftrightarrow R = xPx + \frac{xP}{Py} \cdot Py$$

$$\Leftrightarrow R = 2\,x\,Px \text{ et } X = \frac{R}{2Px}$$

c'est à dire en tenant compte de la valeur numérique de R

$$x = \frac{100}{Px}$$

De même

$$y = \frac{100}{Py}$$

Il s'agit là des fonctions de demande marshaliennes des biens X et Y ; fonctions déduites des conditions d'optimisation des choix du consommateur.

3.2- Les caractéristiques de la demande

3.2.1- Déplacement de la demande et déplacement le long de la courbe de demande

Une précision d'ordre sémantique s'impose comme remarque préliminaire à l'étude de la demande. Il y a lieu de faire une double distinction.

La première a trait à la différence entre la **notion de quantité demandée et celle de demande**.

La seconde concerne la distinction entre **déplacement le long de la courbe de demande** et **déplacement de la courbe de demande.**

En fait les deux distinctions se recouvrent.

La notion de demande concerne l'ensemble de la relation entre prix et quantité; l'effet du changement d'un déterminant de la demande (revenu, prix des autres biens...) se traduit par un déplacement de la courbe. Par contre, la notion de quantité demandée se réfère à un point précis de la courbe de demande. Aussi, la variation de la quantité demandée implique-t-elle, un déplacement sur la courbe de demande.

3.2.2- Loi générale de la demande et ses exceptions

a/ La loi générale de la demande

Avant de faire l'objet d'une théorie économique, le phénomène de la demande peut résulter d'une simple observation empirique, voire même du bon sens. Dans une première approximation, la relation de demande signifie que la quantité d'un bien achetée par le consommateur dépend de son prix.

La forme de la relation entre la quantité et le prix peut être comprise également à partir du bon sens. En effet, toutes choses étant égales par ailleurs, plus le prix est élevé, moins les gens achètent le bien. C'est cette relation inverse entre quantité et prix que les économistes appellent **loi générale de la demande** et sa représentation graphique n'est rien d'autre que la fameuse **courbe de demande.**

La loi générale de la demande qui définit une relation inverse entre prix et quantité et qui se traduit géométriquement par une pente de la droite de demande négative, a un double fondement.

Elle s'explique d'abord par la théorie de l'utilité marginale dans la mesure où les utilités marginales étant proportionnelles aux prix à l'équilibre, elles (utilités marginales) varient dans le sens inverse par rapport aux quantités. Cela veut dire que utilité marginale et prix d'un bien varient dans le même sens.

La relation négative entre prix et quantité résulte également de l'action croisée des effets substitution et revenu.

b/ Les exceptions à la loi générale de la demande

Il existe cependant des situations particulières où prix et quantités varient dans le même sens. Ces cas exceptionnels s'expliquent par la nature économique des biens et par un comportement particulier du consommateur:

* **L'Effet Giffen** concerne les biens inférieurs. L'économiste britannique Sir Robert Giffen (XIXème siècle) a observé que l'augmentation du prix du pain s'est accompagnée d'une hausse de la consommation de ce produit par la classe ouvrière, ce qui contredit le principe de la loi de la demande. Cette exception est donc liée au fait que le bien soit un bien inférieur et que la dépense qui lui est affectée par le ménage, constitue une part importante du budget, autrement le **coefficient budgétaire** du produit en question est élevé.

* **Effet Veblen**: il a été mis en évidence par Thorstein Veblen et signifie que certains produits ne sont pas demandés que pour leurs qualités intrinsèques, mais à des fins relevant du désir de démonstration, de snobisme et d'ostentation. Il s'agit de biens de luxe (certaines marques de voitures, des bijoux..) dont la demande augmente justement parce que leur prix s'élève.

* **Effet d'anticipation:** Il est lié à un comportement singulier du consommateur. Ainsi, dans certains cas, la baisse du prix d'un bien entraîne pas une augmentation de sa demande. Bien plus, la baisse du prix pourrait entraîner une baisse de la quantité demandée, ce qui se traduit

par une pente positive de la courbe de demande. En cas de baisse du prix, pa exemple, les ménages anticipent (prévoient) une baisse plus importante à-venir et réagissent en conséquence en réduisant leurs achats de ce bien.

3.2.3- Les notions de demande

a/ **La demande individuelle**, celle émanant d'un consommateur, a été déduite du système des courbes d'indifférence. Il s'agit d'une demande rationnelle, car elle se compose de quantités optimales achetées par le consommateur, selon les critères de rationalité déjà présentés. Cette demande est définie à partir de la fonction suivante:

Soit le bien X acheté par le consommateur, PX son prix du marché, PY le prix d'un autre bien, R le revenu du consommateur, G les goûts du consommateur.

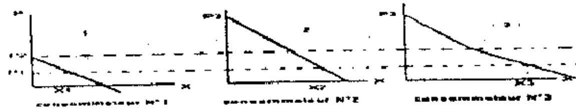
On aura

$$Qx = f(PX),$$

PY, R, G, constants.

b/ **La demande du marché** est la somme des quantités du bien demandées par l'ensemble des consommateurs à différents niveaux de prix. Géométriquement, la courbe de demande du marché s'obtient par la sommation horizontale de toutes les courbes de demande individuelles pour ce bien. En supposant un marché constitué par trois consommateurs, la demande du marché qui en résulte est représentée dans la figure ci-dessous:

Graphique N°21: La demande du marché, somm
horizontale des demandes individuelles



la forme de la courbe N°3 s'explique comme suit:

- Pour P > ou = à P_2, cela implique que X_3 = X_2
- Pour $0 < P < P_2$, $X_3 = X_1 + X_2$

Les caractéristiques de la demande du marché sont celles mêmes dégagées au niveau de la demande individuelle, c'est-à-dire une relation inverse entre quantités et prix. Et donc une pente négative définit ce que l'on appelle la loi de la demande.

Exercice d'application 11

On suppose que le marché d'un bien x est composé de 2 consommateurs. Le tableau suivant donne le nombre d'unités du bien que chaque consommateur est prêt à acheter pour différents prix.

Prix de x	Consommateur 1	consommateur 2
10	0	0
8	15	5
4	45	15
2	60	20
1	67,5	22,5
0	75	25

1) Calculez, à l'aide des données du tableau ci-dessus, la demande du marché;
2) Donnez l'expression mathématique de la fonction de demande du marché et représentez-la graphiquement.

1) La demande du marché s'obtient par addition des quantités demandées par les consommateurs à chaque niveau de prix.

A partir des données du tableau précédent, on a :

Prix du marché	10	8	4	2	1	0
Demande du marché	0	20	60	80	90	100

2)- La demande a pour expression mathématique.

$Q = f(Px) = -10x + 100$

- La représentation graphique se fait à partir de P = f(x) soit

$$P = -\frac{x}{10} + 10 = -0,1x + 10$$

c/ **La demande de la firme** est la partie de la demande globale (du marché) qui s'adresse à une entreprise donnée. Si elle décrit pour le(s) consommateur(s) la quantité achetée à chaque niveau de prix, elle constitue une recette (moyenne) pour l'entreprise.

$$\mathbf{PX = f(x) = RM}$$

3.2.4- Déplacements de la demande

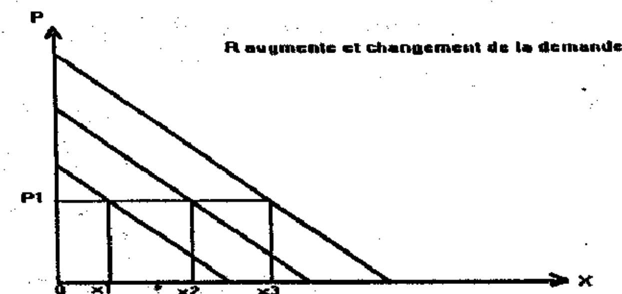
Le déplacement de la courbe de demande signifie une modification des quantités demandées aux différents niveaux des prix. Si le changement du prix est la cause d'un déplacement sur une courbe de demande, quels sont les déterminants d'un déplacement de la courbe de demande?

Le déplacement de la courbe de demande est le fait de l'action de facteurs autres que le prix du bien. Ces facteurs déterminants d'une modification de la demande et donc d'un déplacement de la courbe de demande sont nombreux. On se limitera ici à présenter en exemples quelques cas.

a/ Effet d'une modification du revenu

Lorsque le revenu nominal augmente, toutes choses restant égales par ailleurs, la quantité demandée augmente pour chaque niveau de prix, ce qui se traduit par un déplacement de la courbe de demande vers la droite.

<u>GraphiqueN°22</u>:Déplacement vers la droite de la courbe de demande



Cette relation entre variation du revenu et sens de déplacement de la courbe de demande est valable pour la plupart des biens et admet des exceptions propres aux biens inférieurs.

b/ Effet d'une modification des goûts du consommateur

Une modification des goûts des consommateurs entraîne un changement de la demande d'un bien. Selon que la modification soit en faveur ou au détriment du bien, le déplacement de la courbe de demande se fera vers la droite ou vers la gauche.

c/ D'autres facteurs influencent la demande du marché: le volume de population, la modification de la répartition du revenu, le changement des prix des biens substituts ou complémentaires...

3.3 Etude de la sensibilité de la demande

* Position du problème:

Soit une fonction de demande d'un bien X:

Qx = f (PX, PY, R).

Envisageons une modification de l'une des variables explicatives.

Quel est l'impact de cette modification sur la quantité demandée? Certes cet impact a été déjà étudié sous l'angle d'une augmentation ou d'une réduction de la demande.

*Il s'agit à présent d'évaluer de façon fine le degré de réaction (de changement) de la demande à la suite d'une modification de l'une des variables explicatives. Cet indicateur est appelé **coefficient d'élasticité de la demande**.*

Pour comprendre l'importance des variations des prix et leur portée économique, on doit savoir l'ampleur des variations des quantités demandées, d'où l'application du concept d'élasticité en économie.

3.3.1-L'Elasticité-prix directe:

On sait que la quantité demandée et le prix varient en sens inverse. La pente négative de la demande fournit certes une information sur la variation prix-quantité. Cependant, il s'agit là d'un indicateur imparfait, car dépendant de l'unité de mesure. Aussi est-il nécessaire de définir un indicateur qui puisse donner une information sur la variation relative de la quantité par rapport à la variation relative du prix.

a/ Définition:

L'élasticité de la demande par rapport au prix est définie par le pourcentage de la variation de la quantité demandée d'un bien X par rapport au pourcentage de la variation du prix de ce bien.

Donc $$E\ Q/P = (\Delta Q/Q)\ /(\Delta P/P)$$
$$= (\Delta Q/\Delta P)\ .(P/Q)$$

Q représente la quantité demandée du bien X et P son prix.

Autrement dit, l'élasticité-prix mesure le pourcentage de variation de la demande du bien X qui résulte d'une variation de 1% du prix de ce bien. Mis à part le cas exceptionnel du paradoxe de GIFFEN, l'élasticité-prix est normalement négative.

b/ Les notions d'élasticités-prix directe

* **Elasticité-d'arc:**

Il s'agit d'une élasticité entre deux points situés sur la même courbe de demande. Elle permet de mesurer la variation relative de la demande par rapport au prix -s'agissant d'une fonction de demande discrète-. Le coefficient d'élasticité-arc concerne donc un segment de la demande.

Soit à mesurer l'élasticité-arc entre deux points A et B sur une courbe de demande. En considérant l'expression précédente de l'élasticité on doit avoir

$$EAB = (\Delta Q/\Delta P)\ .\ P/Q$$

Or ce coefficient aura deux valeurs différentes, selon que l'on prenne A ou B comme point de référence; c'est-à-dire selon que l'on

parte de A vers B ou l'inverse. C'est pourquoi, il est nécessaire d'exprimer l'élasticité d'arc en tenant compte des moyennes des quantités et des prix.

$$EAB = (\Delta Q/\Delta P).[\{(PA+PB)/2\} / \{(QA+QB)/2\}]$$

$$\mathbf{EAB = (\Delta Q/\Delta P).[(PA+PB) / (QA+QB)]}$$

Exemple:

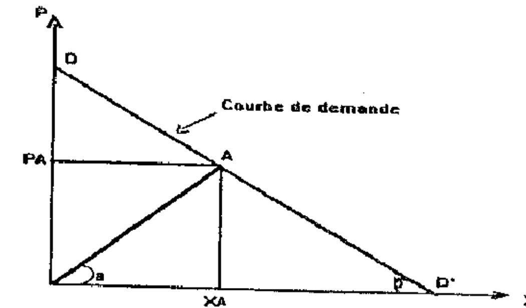
La variation de la quantité de la demande est de 5 unités, celle du prix est de -2DH, alors que le prix initial était de 6 DH et la quantité demandée était de 15 unités. L'élasticité entre A et B est:

$EAB = (\Delta Q/\Delta P) . P/Q = (5/-2).(6/15) = -1$

Mais l'élasticité du point B vers le point A donnera $(-5/2).(4/20) = -1/2$ car, au point de départ, le prix au point B est de 4 DH et la quantité demandée de 20 unités. La moyenne entre la quantité au point A et celle au point B est $(15+20)/2 = 17,5$.La moyenne entre le prix au point A et le prix au point B est: $(-5/2).(5/17,5) = -5/7 = -0,71$

* Illustration graphique

Graphique N°23 détermination graphique de l'élasticité



Mesure géométrique de l'élasticité:

tg(b) représente la pente de la droite de demande et en même temps , la dérivée de la fonction de demande en un point.

tg(b)= dP/dQ

Par ailleurs, tg(a) est égale au rapport du côté sur le côté adjacent; c'est à dire:

tg(a)= P/Q.

Ainsi, au niveau du point A,

$$\mathbf{tg(a)/tg(b) = (P/Q) / (dP/dQ)}$$

et,

$(P/Q). (dQ/dP)$ = élasticité-prix directe.

De ce fait, on peut mesurer l'élasticité géométriquement:

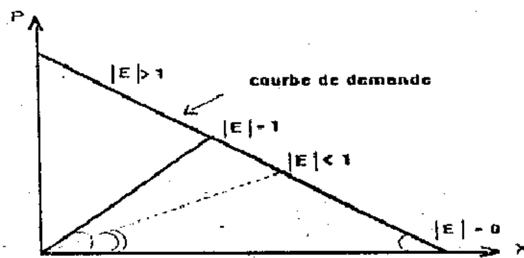
. A droite du point "A", tg(a) diminue puisque P diminue et Q augmente, et donc l'élasticité tend vers zéro. et

. A gauche du point "A", c'est l'inverse, et l'élasticité est de plus en plus élevée.

. Enfin, lorsque tg(a) = tg(b), l'élasticité est unitaire.

- La variation du coefficient d'élasticité le long d'une courbe de demande

Graphique 24 Variation de l'élasticité sur une courbe de demande linéaire



L'allure de la pente de la droite de demande détermine absolument le coefficient d'élasticité et lui confère son caractère négatif; toutefois la valeur absolue du coefficient d'élasticité peut varier de 0 à l'infini. Cependant le coefficient d'élasticité n'est pas le même dans la plupart des cas, sur une courbe de demande, en tous points de la courbe. D'où la référence faite ordinairement au coefficient d'élasticité à un niveau ou zone de prix.

Remarque: il y a un rapport entre la variation de la dépense totale du consommateur pour un bien et la variation du prix du bien.

Dans la zone élastique de la demande, quand le prix baisse, la dépense totale pour le bien

augmente et quand le prix augmente, la dépense totale diminue.

Par contre dans la zone inélastique de la demande, si le prix baisse, la dépense totale diminue et si le prix augmente, la dépense totale augmente aussi.

Tableau récapitulatif de la signification des valeurs d'élasticité prix:

Caractéristique de l'élasticité	Valeur d'élasticité	Interprétation
Parfaitement inélastique	Nulle	Q_X ne varie pas avec P_X
Inélastique	$0 > E_{X/P} < 1$	Q_X varie moins que proportionnellement / P_X
Unitaire	$E_{X/P} = 1$	Q_X et P_X varient d'un même %
Elastique	$E_{X/P} > 1$ mais fini	Q_X varie + que proportionnellement / P_X
Parfaitement élastique	$E_{X/P}$ --> l'infini	Q_X est nulle pour une augmentation aussi petite soit-elle du prix

3.3.2 - L'élasticité croisée

L'élasticité est une mesure générale de variation relative. Elle pourrait s'appliquer à d'autres phénomènes de la vie économique, en l'occurrence la variation du prix du bien X si le prix du bien Y varie. Dans ce cas, la mesure de l'élasticité ne se fait plus sur une courbe de demande. Elle pourrait être positive ou négative selon le rapport existant entre les deux biens.

Si l'élasticité croisée est positive, il s'agit de 2 biens substituts. L'élasticité croisée est négative dans le cas de 2 biens complémentaires. Enfin l'élasticité est nulle ou tend vers zéro lorsque les deux biens considérés n'ont aucune relation entre eux, il s'agit des biens indépendants.

Tableau récapitulatif de la signification économique de l'élasticité croisée

Nature des produits	Valeur	Interprétation
Produits substituables	Positive	Augm. de $P_Y \Rightarrow \downarrow Q_Y \Rightarrow \uparrow$. de Q_X
Produits complémentaires.	Négative	Augm.PY$\Rightarrow \downarrow$.QY $\Rightarrow \downarrow Q_X$
Produits indépendants.	Nulle	Aucune influence de la variation de PY sur Q_X

3.3.3- L'élasticité- revenu

L'élasticité par rapport au revenu mesure la quantité demandée d'un bien lorsque le revenu varie. Là aussi, l'élasticité par rapport au revenu prend des valeurs négatives ou positives selon les biens considérés.

Mais en règle générale, l'élasticité sera positive car en principe, la consommation augmente avec le revenu, et là il s'agira de biens normaux. Les biens de luxe ont une élasticité élevée parce que leur consommation augmente souvent plus proportionnellement que celle du revenu.

Si l'élasticité par rapport au revenu est négative, il s'agira des biens inférieurs, c'est à dire ceux qui sont abandonnés par le consommateurs lorsque son revenu augmente; ils seront alors remplacés par des biens de meilleure qualité.

Tableau récapitulatif de l'élasticité par rapport au revenu

Nature des biens	Valeur	Interprétation
Bien inférieur	Négative	Effet GIFFEN
Bien normal	Positive	R augm. --> Q_X augmente

Remarque:

On notera le cas particulier des biens supérieurs, dont la consommation est en principe

corrélée positivement au revenu; même si le niveau de vie des ménages intervient également comme variable discriminatoire. En effet, pour les ménages à revenu élevé, la demande des biens supérieurs est déterminée beaucoup plus par des facteurs d'ordre sociologiques que des facteurs purement économiques.

3.3.4- Elasticité prix et recettes

* Position du problème:

La dépense totale du consommateur pour un produit correspond à la recette totale des vendeurs de ce produit. Comment ces recettes évoluent-elles lorsque le prix du produit varie? Cette évolution dépend de l'élasticité-prix de la demande, c'est-à-dire de la sensibilité de la demande. L'indice d'élasticité devient de ce fait un outil de gestion de l'entreprise. Cependant, l'hypothèse d'une action sur le prix du marché suppose une entreprise price-maker et donc un marché non concurrentiel. Or, nous avons supposé que le producteur agit dans le cadre d'un marché de concurrence pure et parfaite. C'est pourquoi la relation entre l'élasticité de la demande et les recettes ne sera analysée de manière détaillée que dans le cadre du chapitre III (Monopole).

a/ Notions de recette:

* Définitions:

- La **Recette Totale** peut être définie par le produit des quantités vendues par le prix unitaire. On peut la définir comme étant une fonction de la quantité vendue:

$$RT_X = F(Q_X)$$

- La **Recette Moyenne** correspond à la recette totale sur les quantités vendues :

$$RM_X = RT_X/X = PQ/Q = P$$

L'équation de la recette moyenne correspond donc exactement à l'équation de la demande. $P = f(Q_X)$.

- La **Recette marginale** correspond au supplément de recette dû à un accroissement marginal des ventes.

$$Rm_X = dRT_X/dQ_X$$

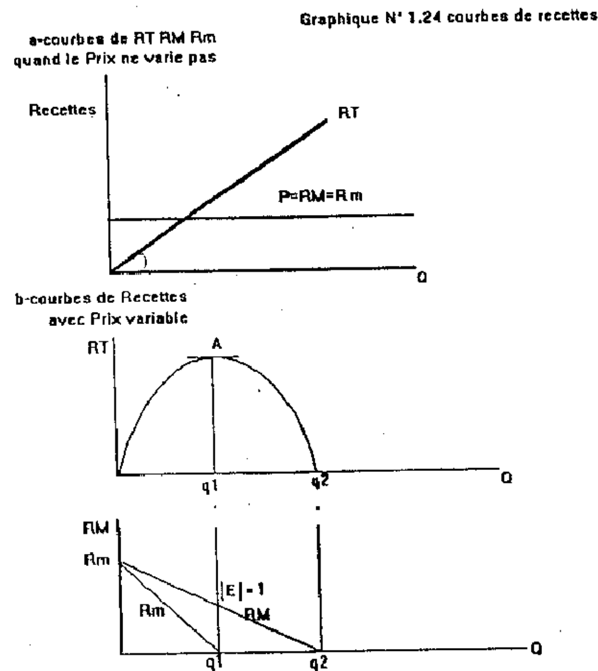
En envisageant une variation infinitésimale de la quantité vendue, la recette marginale peut être définie comme la dérivée première de la recette totale.

b/ Recette et élasticité:

La relation générale entre élasticité-prix de la demande et recette, dépend de la valeur d'élasticité. Ainsi on distinguera trois cas résumés dans le tableau suivant:

Degré d'élasticité	**Nature de la relation**	**Interprétation**
Demande élastique	Relation inverse	Var. de P_X --> Var. en sens inverse de la RT
Demande inélastique	Relation directe	Var. de P_X --> var. dans le même sens de la RT
Elasticité unitaire	Aucune relation	Var. de P_X --> RT constante

Graphique N°25: Correspondance entre recettes et élasticité



* Intérêt économique de l'élasticité:

L'intérêt économique de l'élasticité est lié à sa valeur en tant qu'indicateur de la sensibilité de la demande. On pourrait sous cet angle, établir un lien entre la notion d'élasticité et la théorie de l'utilité marginale.

De même, la notion d'utilité, peut être utilisée pour comprendre la nature économique des biens et/ou leurs relations.

Enfin, le coefficient d'élasticité-prix directe se présente comme un outil de gestion entre les mains de la firme. En observant la sensibilité de la demande pour son produit, la firme serait en mesure d'adopter une stratégie conséquente. Il reste néanmoins que ce dernier aspect est lié à la nature du marché dans le cadre duquel la firme opère.

Exercice d'application 12

La fonction de demande d'un bien X :

$$X = f(Px, Py, R) = 100\ Px^{-2}\ Py^{0,7}\ R^{0,5}.$$

1) Calculez la valeur du coefficient d'élasticité directe (par rapport au prix de x)

2) Si le prix de X augmente de 10%, Py et R restant inchangés quelle sera la modification en pourcentage, de la quantité de X ?

3) Même question si le revenu diminue de 20%

4) Quelle est la nature économique du bien X et que peut-on conclure quant à la relation entre X et Y ?

1) Coefficient d'élasticité directe.

$$EX/P_x = \frac{dx}{dP_x} * \frac{P_x}{x} = -2\,100 P^3{}_x . P^{0,7}{}_y R^{0,5} . \frac{P_x}{100 P^{-2}{}_x . P^{0,7}{}_y R^{0,5}} \quad ?$$

Il s'agit d'un cas particulier de la fonction de demande dite iso-élastique, lorsque le prix varie de 1%, la demande varie dans le sens inverse de 2 %.

$$EX/R = \frac{dx}{dR} * \frac{R}{x} = 0,5.100.P^{-2}{}_x.P^{0,7}{}_y R^{-0,5}.\frac{R}{100P^{-2}{}_x.P^{0,7}{}_y R^{0,5}} = 0,5$$

$$ec = \frac{dx}{dpy} \quad \frac{Py}{X} = 0,7$$

2) Si le prix de X augmente de 10% .

La demande diminue de 20% -----> (coefficient de l'élasticité prix-directe = -2.)

3) Si le revenu diminue de 20%, le quantité demandée diminue aussi de 10%
(0,5 x 20 = 10)

4) Au regard des valeurs et du signe des coefficients d'élasticité directe et de revenu, on considère qu'il s'agit d'un bien normal.

Les biens X et Y sont des biens substituables puisque EC x/y est positive.

- **Concepts définis dans ce chapitre**

micro-économie positive - micro-économie normative- comportements rationnels- démarche déductive- axiomatique - principe de rationalité - l'échange marchand- Equilibre élémentaire - Equilibre partiel - Equilibre économique général: La notion de consommateur-L'homo-oéconomicus- panier de consommation - Axiome de non saturation -Axiome de transitivité - Axiome de continuité - Axiome de totalité - La notion de besoin - L'utilité d'un bien - filière humaniste. filière inversée -économie de besoin - économie de profit.- préférence.
Utilité -Utilité cardinale -Utilité ordinale - Utilité totale - Utilité marginale (Um) - Loi de l'utilité marginale décroissante- Utilité marginale pondérée- - Ordre de préférence -Courbe d'indifférence - Convexité -Taux Marginal de Substitution TMSxy - Optimum du consommateur - Contrainte de budget - équilibre économique. - situation d'équilibre - coût d'opportunité - indice ordinal.
la fonction d'utilité du consommateur.-courbes d'iso-utilité-isophélimes - carte d'indifférence.- expression de la contrainte budgétaire - droite budgétaire de droite d'isocoût.- prix relatif - multiplicateur de Lagrange

Courbe d'Engel - Effet de revenu -Effet de substitution -Bien normal -Bien inférieur Bien Giffen -
-Demande individuelle - Demande du marché - Demande à l'entreprise - Demande globale - Courbe de demande - Courbe coudée - Loi générale de la demande - Fonction de demande- Déplacement de la demande - Déplacement le long de la courbe de demande -

-Elasticité croisée - -Elasticité d'arc -Coefficient d'élasticité. - Elasticité-prix directe; élasticité croisée; élasticité revenu; recette totale; recette marginale; recette moyenne;

*** Thèmes de discussion et de réflexion :**

-Quel est l'intérêt économique de la notion d'élasticité?

-Dans quelle mesure peut-on considérer l'utilité comme le fondement psychologique de la théorie de la demande?

-La comparaison entre l'approche cardinale et l'approche ordinale permet-elle d'aboutir à des différences essentielles?

-Relations entre le TMS et les préférences des consommateurs.

-Expliquer la loi de l'utilité marginale décroissante; et peut-on considérer qu'elle fonde à la fois l'approche cardinale et l'approche ordinale?

Quels sont les facteurs de sensibilité de la demande?

-Peut-on considérer que l'utilité joue un rôle à cet égard?

-calcul économique du consommateur et théorie de la demande

*** Exercices de synthèse**

-Etablir un lien direct entre chaque hypothèse de rationalité et les règles d'équilibre du consommateur.

CHAPITRE II : CALCUL ECONOMIQUE DU PRODUCTEUR ET FONCTION D'OFFRE

L'entreprise est le deuxième agent économique à considérer après l'étude des ménages. Son rôle est **la production** qui se définit comme la création de biens matériels ou immatériels (les services), aptes à satisfaire les besoins. La théorie de la production représente le fondement de l'offre.

Le comportement rationnel du producteur présente à la fois des traits de similitude et de différence par rapport au comportement du consommateur.

En effet, le producteur intervient sur le marché, d'abord, en tant qu'acheteur de facteurs de production (inputs) qu'il utilise pour produire un bien déterminé. On peut donc rapprocher les caractéristiques de son comportement, à ce niveau d'intervention, avec les traits que nous avons dégagé pour le consommateur. Le choix entre les facteurs de production se fera en fonction à la fois de contraintes techniques et budgétaires. Les outils et autres instruments d'analyse sont définis dans le cadre de la **fonction de production** qui permet de formaliser ce premier aspect de l'intervention du producteur.

Intuitivement et en s'inspirant de l'optimum du consommateur, on peut s'attendre à ce que le producteur choisisse la combinaison des facteurs, la moins coûteuse, ou ce qui revient au

même, la plus efficace c'est-à-dire la plus productive.

Le procédé de maximisation utilisé par le producteur va cependant plus loin que celui du consommateur. En effet, le producteur n'est pas seulement un "consommateur" de facteurs de production, mais, également, un vendeur de produits. L'objectif final du producteur n'est pas la minimisation du coût pour une production donnée, mais la maximisation de la **fonction du profit**, c'est à dire de l'écart entre la recette totale et le coût total. **Les fonctions de coût** sont déduites du comportement d'optimisation décrit ci-dessus. En effet, pour une certaine capacité de production, la combinaison optimale retenue minimise le coût. Cependant, les besoins du marché peuvent pousser le producteur à changer de capacité, et ce, à long terme. Dans ce cas, la fonction de coût nous donne pour chaque niveau de production, le coût minimal correspondant.

Ainsi, à chaque changement du prix du marché, le producteur rationnel réagira en produisant une quantité qui maximise son profit. On pourrait établir une relation fonctionnelle entre la quantité offerte et le prix du marché. C'est donc **la fonction d'offre** de l'entreprise.

Fonction de production, fonction de coût et fonction d'offre constituent les trois notions structurantes de l'analyse du producteur. Leur analyse respective permet de situer les différentes étapes du comportement du producteur.

Cependant, l'analyse de ces fonctions est différente selon l'horizon temporel retenu, à

savoir la courte ou longue période. La distinction entre courte et longue période ne repose pas, à vrai dire, sur une durée de temps fixe. La **longue période** est définie par la variabilité de tous les facteurs de production tandis qu'en **courte période** certains facteurs sont fixes. On peut considérer également le **très long terme** qui se caractérise par le changement technologique qui se concrétise par la création de nouveaux produits ou/et de nouvelles méthodes de production.

Tenant compte de ces considérations, il s'agit de répondre, dans ce chapitre, aux objectifs suivants:

- Définir les concepts élémentaires relatifs à la notion de production et montrer leurs liens avec le raisonnement à la marge.
- Comprendre les règles de détermination de la méthode optimale de production.
- Présenter la notion de coûts de production et montrer ses liens avec les contraintes techniques et budgétaires du producteur
- Déduire la fonction d'offre à partir de l'analyse des coûts de production
- Montrer l'impact de la variable temporelle en distinguant une courte période et une longue période

I.- RAPPEL DES HYPOTHESES DE RATIONALITE APPLIQUEES AU PRODUCTEUR

1- Hypothèses relatives au producteur

La théorie du producteur développe une conception très schématique et simplifiée de l'entreprise en tant qu'agent économique réel. Les caractéristiques ou les hypothèses à prendre en considération sont les suivantes:

-L'entreprise dont il s'agit est surtout une unité de production

-Elle fabrique un seul produit, on dit qu'elle est monoproductrice

-Elle agit en univers certain et dispose donc de l'ensemble des informations dont elle a besoin. D'un autre côté, l'analyse des comportements de l'entreprise est statique et ne fait pas de différence entre producteur et vendeur.

Dans les marchés concurrentiels, l'entreprise réagit à des changements de prix, on dit qu'elle est **"price-taker"**. Dans les marchés non concurrentiels, l'entreprise fixe les prix, on dira alors dans ce cas qu'elle est **"price-maker"**.

- L'objectif de l'entreprise : la maximisation du profit

Certes l'entreprise peut viser des objectifs autres que le profit monétaire tels que le prestige ou le pouvoir. Cependant, les économistes depuis Adam SMITH, ont mis l'accent sur la recherche du profit comme principale motivation de l'activité de la firme. Au sens économique, le **profit** désigne un revenu résiduel, une fois tous les facteurs de production rémunérés. L'entreprise cherche à maximiser le profit comme

le consommateur cherche à maximiser sa satisfaction. Cette analogie établit d'ailleurs une continuité dans la démarche micro-économique.

2 - Hypothèses relatives aux facteurs de production

Il y a lieu d'établir un rapprochement avec les caractéristiques des biens économiques.

* Divisibilité des facteurs de production:

Les facteurs de production sont plus ou moins divisibles, c'est à dire, fractionnés à volonté. En réalité cette caractéristique concerne moins le facteur en tant qu'unité physique que le service producteur qu'il est censé fournir (temps de travail par exemple). Lorsque le facteur, malgré tout, est indivisible ou du moins, imparfaitement divisible, l'entreprise doit faire face à une **contrainte technologique**.

* Homogénéité d'un facteur de production:

Lorsqu'un facteur de production peut être divisé en unités physiques identiques, on dit qu'il est homogène: une heure de travail, un hectare de terre. A l'inverse ce facteur est dit hétérogène lorsqu'il présente différents groupes d'unités: travail qualifié et non qualifié, terres de fertilités différentes.

* Substituabilité entre les facteurs de production:

L'hypothèse de substituabilité entre facteurs signifie qu'il est possible de remplacer, du moins partiellement, un facteur par un autre et ce, pour réaliser un niveau de production donné. On verra qu'en courte période l'entreprise intensifie l'utilisation d'un facteur en maintenant les autres facteurs fixes, ce qui constitue une forme de substitution entre facteurs.

Remarque: on doit tenir compte également d'une troisième série d'hypothèses relatives aux caractéristiques du cadre des échanges. On retiendra implicitement l'hypothèse que l'entreprise (comme le consommateur) intervient sur un marché concurrentiel aussi bien pour s'approvisionner en facteurs de production que pour vendre son propre produit.

II- PRODUCTION ET COUTS EN COURTE PERIODE

1 -Les concepts de base relatifs à la production et aux coûts

1.1- Les notions relatives à la production

a/ Facteurs et fonction de production

Les **facteurs de production** (inputs): ils sont définis par l'ensemble des éléments qui concourent à la réalisation d'un produit.

Les principaux facteurs de production.

* Le travail :(L)

Il désigne le nombre d'heures (ou de jours) consacrés à une production donnée.

* Le facteur ressources naturelles: comprend la terre et autres ressources naturelles du sol et du sous-sol (agraires et minières)

* Le capital: (K)

En micro-économie, le capital désigne les biens durables c'est- à-dire ceux qui sont utilisés dans plusieurs processus de production. Il s'agit principalement des équipements, locaux, terrains

: le capital est généralement désigné par la lettre K.

La notion de facteur de production fait l'objet d'un débat entre économistes: La terre, les ressources naturelles, l'énergie, le progrès technique et le degré de professionnalisation d'une main- d'oeuvre sont-ils des facteurs de production?

b/ Fonction de production

On désigne par **fonction de production** la relation associant la quantité produite d'un bien à celles des facteurs nécessaires pour cette production. La plupart du temps, dans un souci de simplification et de synthèse, les économistes retiennent deux facteurs principaux de production, à savoir, le facteur travail (L) et le facteur capital (K).

La fonction de production d'un bien, si on désigne par X le volume de production s'écrit:

$$X = f(K, L)$$

L'intérêt de cette relation est de montrer comment varie le niveau maximum de production quand les facteurs de production utilisés changent.

Cette variation peut concerner soit un seul facteur (analyse de courte période) soit l'ensemble des facteurs de production (analyse de longue période).

c/ Les types de rendements (produits) d'un facteur de production

* Position du problème

Soit la fonction de production suivante: $X= f(K,L)$

On envisage la variation du facteur L, alors que le facteur K reste constant. Quelles relations peut-on établir entre le volume de production et la variation du facteur travail?

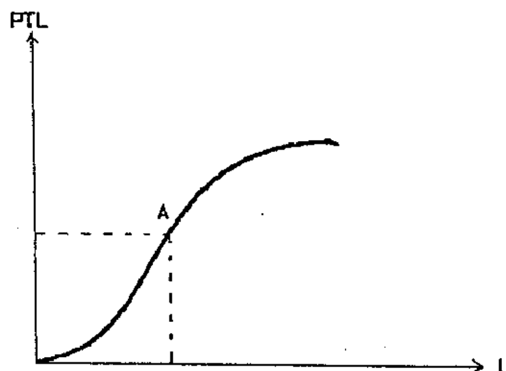
Il s'agira donc d'étudier le **rendement** ou **productivité** du facteur variable. Le terme rendement désigne ici la quantité produite considérée par rapport à un seul facteur de production, en l'occurrence le facteur variable. On peut définir trois types de rendements associés à la variation du facteur travail.

* Le **produit total**:

$X= f(K, L)$ ou $X = (Ko, L)$; Ko désigne le stock (constant) du capital.

Le produit total du travail est défini par la production totale maximale que l'on peut obtenir à partir de différentes quantités du facteur variable pour une quantité donnée du facteur fixe.

- <u>Graphique N°26</u>: la courbe du produit total



Exemple d'application: Une fonction de produit total

$X = K^{0,3} L^{0,4}$ (1)

X donne le volume de production ou output maximum qu'on peut obtenir à partir de combinaisons des facteurs K et L. Plusieurs types de fonctions mathématiques sont utilisées pour l'étude de la production. La fonction utilisée comme exemple est de type Cobb-Douglas:

$X = K^a L^b$

* Le **produit moyen** du facteur travail (PML) est défini par :

$$PML = X/L = \frac{f(K, L)}{L}$$

Il s'agit du produit total divisé par le nombre d'unités du facteur travail, en tant que facteur variable.

Exercice d'application N°13: calcul et étude de la variation de la productivité moyenne du facteur variable.

$$PML = \frac{X}{L} = \frac{K^{0,3} L^{0,4}}{L} = K^{0,3} L^{-0,6} \quad (2)$$

$$PMK = K^{-0,7} L^{0,4} \quad (3)$$

* Les PM des facteurs sont décroissantes (dans le cas de la fonction retenue ici)

La PML telle qu'exprimée en (2) a pour dérivée première

$$\frac{dPML}{dL} = (-0,6) K^{0,3} L^{-1,6} < 0$$

et

$$\frac{dPMK}{dK} = (-0,7) K^{-1,3} L^{0,4} < 0$$

La dérivée première de la PM des facteurs correspondants à la valeur de la pente de la PM. Puisque cette pente est négative, la PM est décroissante.

* Le **produit marginal** (PmL)

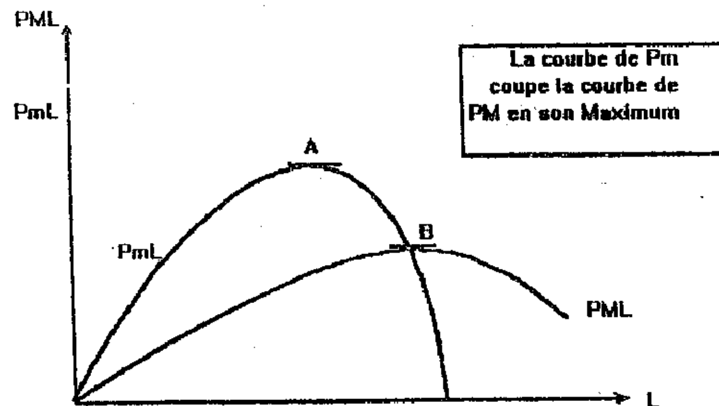
La productivité marginale ou rendement marginal du facteur travail est définie par la variation de la production totale résultant d'une variation d'une unité du facteur travail.

$$PmL = DX / DL$$

En considérant une fonction de production continue et dérivable (hypothèse de divisibilité des facteurs), la productivité marginale est mesurée par la variation de la production totale provoquée par une variation infinitésimale du facteur travail. Mathématiquement, elle est assimilée à la dérivée première de la fonction de production par rapport au facteur travail:

$$PmL = \lim DX / DL \text{ quand } DL \to 0$$
$$= dX / dL = f'L (K_0, L)$$

Graphique N°27: courbes du PM et Pm



Exercice d'application N°14: calcul et étude de la variation du produit marginal du facteur variable

* Calcul des Pm: [à partir de la fonction au (1)]

$$PmL = dX/dL = 0{,}4K^{0,3} L^{(-0,6)} \quad (4)$$

ce qui s'écrit:

$$PmL = (0{,}4/L)K^{0,3} L^{(0,4)} \quad (5)$$

et de façon générale

$$PmL = (b/L).X \quad (6)$$

La PmK peut être déterminée de la même façon:

$$PmK = (dX/dK) = K^{-0,7} L^{(0,4)} \quad (7)$$

et

$$PmK = (a/K).X$$

* Etude de la variation des Pm:

A partir de (4) cherchons la dérivée seconde de la fonction de production par rapport au facteur travail.

Soit:

$$(d^2 X)/(dL) = (0{,}4)(-0{,}6)\, K^{0,3} L^{(-1,6)}$$
$$= (-0{,}24)K^{0,3} L^{(-1,6)} < 0 \quad (8)$$

et par analogie, on détermine le sens de variation de la PmK:

$$(d^2X)/(dK) = (0{,}3)(-0{,}7)\, K^{-1,7} L^{(0,4)}$$
$$= -0{,}21\, K^{-1,7} L^{(0,4)} < 0 \quad (9)$$

Les dérivées secondes de la fonction de production étant négatives, les productivités marginales des facteurs sont donc décroissantes.

* Remarques:

-Les résultats obtenus sont liés aux caractéristiques de la fonction utilisée comme exemple. Les fonctions de type Cobb-Douglas présentent des caractéristiques typiques telles que:

-Si a =1 et b=1

les productivités marginales des facteurs sont constantes

-Si a>1 et b>1

les productivités marginales sont croissantes.

De façon générale, la variation de la productivité marginale d'un facteur dans le cas des fonctions de production de type Cobb-Douglas, dépend de la valeur de son exposant dans cette fonction.

On remarquera également, que la productivité marginale d'un facteur augmente avec l'augmentation de l'autre facteur.

1.2- Les notions relatives aux coûts de production

a/ Précisiions relatives à la nature des coûts

* La distinction **coûts implicites, coûts explicites**

Le coût économique comprend à la fois les coûts explicites et les coûts implicites. Les premiers correspondent à des dépenses effectives qui passent par le marché et qui correspondent à l'acquisition des facteurs de production nécessaires. Les seconds ne sont pas comptabilisés dans le prix de revient et ne donnent pas lieu à un versement effectif. C'est le

cas du travail du propriétaire non comptabilisé dans le coût, ou encore, la non prise en compte dans le prix de revient des intérêts en cas de capitaux propres.

On peut considérer d'ailleurs les coûts implicites comme un catégorie particulière des **coûts d'opportunité.** Les coûts d'opportunité dits aussi coûts de renonciation, mesurent la perte subie par le producteur, qui, en choisissant une possibilité, renonce forcément à au moins une autre. Cela résulte de l'hypothèse que l'individu a toujours la possibilité de choisir entre des emplois alternatifs, hypothèse à la base même de la définition néoclassique de la science économique.

* La distinction **coût social** (externe), **coût privé** (interne)

Ce dernier est dit interne car il est supporté par l'entreprise et correspond à l'utilisation des facteurs de production. Le second, bien que généré par l'activité de l'entreprise, est supporté par la collectivité et n'est donc pas imputé à l'entreprise qui ne le comptabilise pas. L'exemple typique du coût social non imputé à l'entreprise est celui de la pollution industrielle. L'intérêt de cette distinction est lié à l'analyse des problèmes d'actualité relatifs à l'environnement et à la pollution.

Les notions de coût que nous venons de présenter ne sont pas propres à la courte période. Par contre, la distinction coût variable coût fixe implique une spécification de l'horizon temporel de l'entreprise.

* La distinction **coût fixe, coût variable**

Le coût fixe est défini pour une dimension ou taille données de l'entreprise et ne concerne donc que la courte période.

Le coût fixe comprend l'ensemble des charges qui ne varient pas avec le volume de production. Parmi ces charges, on peut citer à titre d'exemples: l'intérêt du capital, les impôts fonciers, les assurances, le loyer...

En revanche, les coûts variables comprennent toutes les charges qui varient avec le volume de production. Parmi les coûts variables, certains sont strictement proportionnels à la variation de la production (matières premières comme exemple) alors que d'autres ne le sont pas: les salaires ...

b/ La typologie des coûts de courte période

* **Coût total**: (CT)

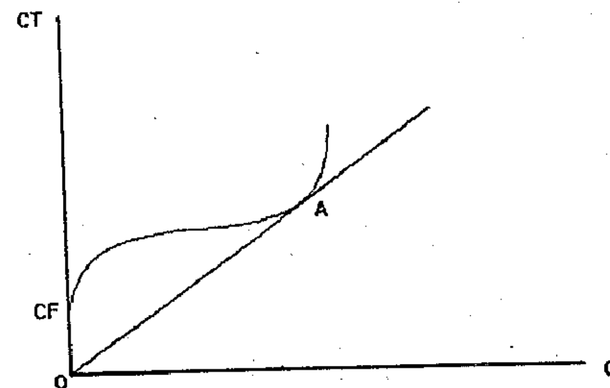
Il s'agit de l'ensemble des charges supportées par l'entreprise. Il comprend la totalité des coûts fixes et des coûts variables.

CT = CV (Q) + CF = = CVP (Q) + CVNP(Q) + CF

Q représentant le volume de production.

Exemple numérique: CT = q3-12Q2 (CVNP)+ 54 Q (CVP)+95 (CF)

Graphique N° 28: la courbe du coût total



* **coût moyen** (CM)

Le CM exprime le coût unitaire (par unité produite). Son expression est obtenue en divisant le CT par le volume de production.

CM = CT/Q = (CF+CV)/Q

= CV/Q + CF/Q

Il se compose donc du coût fixe moyen et coût variable moyen, soit CM = CVM + CFM. Pour cette raison et parce qu'il comprend donc deux composantes, le CM est désigné aussi comme un coût moyen total. A partir de l'exemple précédent, on obtient:

CM = Q2 - 12 Q + 54 +95/Q

* **Coût marginal** (Cm)

Il est exprimé par la variation du coût total suite à une variation d'une unité supplémentaire de la production. Il s'agit donc du coût additionnel par unité produite.

+ Dans le cas d'une fonction de coût total discrète, le coût marginal sera mesuré par la variation moyenne du coût dans un intervalle d'une unité de production, soit:

Cm = DCT / DQ

+ Par contre, lorsque la fonction du coût total est continue, on considère une variation infinitésimale de la production. Le Cm est assimilé, dans ce cas, à la dérivée première de la fonction du CT.

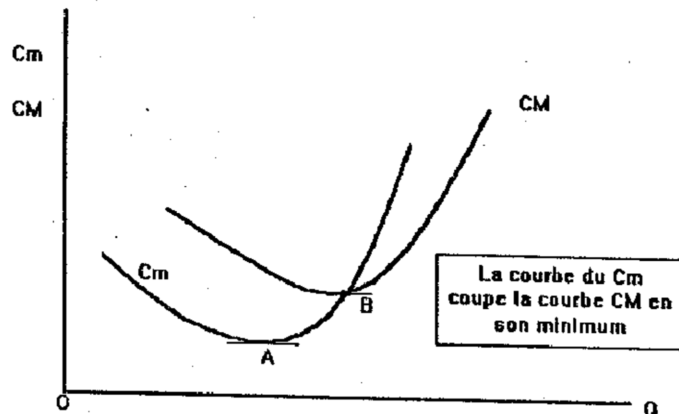
Cm = dCt/dQ = CT'(q)

A partir de la fonction précédente du CT:

Cm = CT' (Q) = 3Q2-12Q +54

On remarque que, du fait que le coût fixe ne varie pas avec la production le coût marginal fixe est nul. Il s'en suit qu'une variation du CF n'a aucune influence sur le Cm.

Graphique N°29: courbes du CM et Cm



La courbe du CM a souvent une forme en U. Cette forme peut être expliquée en rapport avec l'évolution du rendement moyen du facteur

variable. Ainsi, lorsque le PM est croissant, le CM est par contre décroissant et, inversement, la courbe du CM devient croissante quand celle du PM commence à décroître.

Si la courbe du CTM est la réciproque de la courbe de la productivité moyenne, celle du Cm est par contre la réciproque de la forme normale d'une courbe de produit marginal.

2 - La Loi des rendements décroissants

** Position du problème*

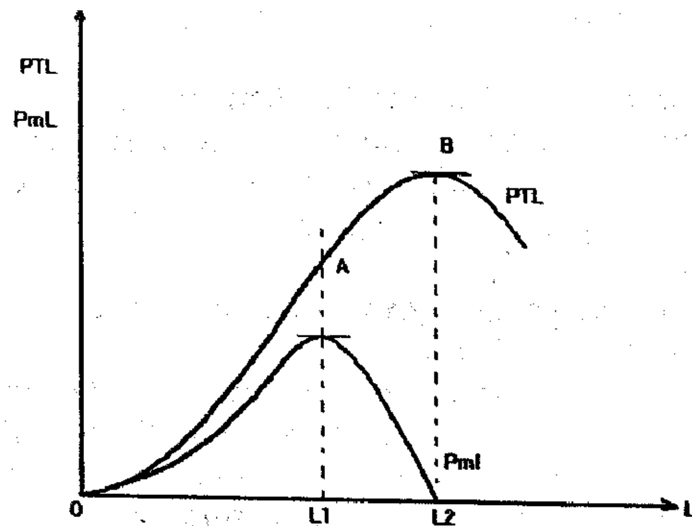
En courte période, l'accroissement de la production est associé à l'augmentation d'un seul facteur de production s'agit généralement de la main-d'oeuvre, les autres facteurs, tels le capital sont considérés comme constants. Comment varie la production dans ces conditions et à quel rythme? Et comment s'explique l'allure et la forme des courbes de produits total, moyen et marginal ainsi que la forme des courbes de coûts qui leur sont associées?

2.1 - Relations entre les produits

a/ Relation entre produit total et produit marginal

Avant de répondre à ces questions, précisons la relation entre évolution du produit total (PT) et celle du produit marginal(Pm). Cette relation est illustrée par la figure ci-dessous.

Graphique N° 30: relation entre courbes du PT et Pm du facteur variable



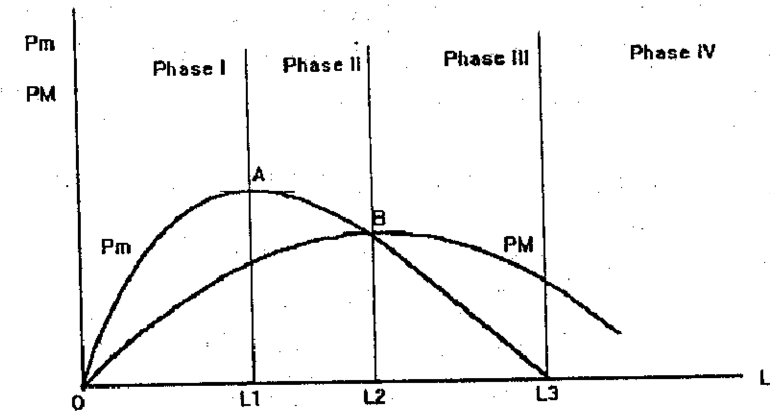
On constate en effet, que tant que le Pm est croissant le PT croît de plus en plus vite (jusqu'au point A). Lorsque le Pm devient décroissant mais positif, le PT continue à augmenter mais de moins en moins vite. Enfin, le PT atteint son maximum (point B) quand le Pm est nul et décroît lorsque le Pm devient négatif.

A partir de la description de l'évolution comparée des PT et Pm on peut conclure qu'il existe une relation optimale entre quantité du facteur variable et la quantité fixée de l'autre facteur. Cette relation qu'on peut représenter par le rapport K/L définit une **technique de production** donnée.

b/ Relation entre produit moyen et produit marginal

Pour mieux préciser la loi des rendements décroissants, et la notion d'efficience, analysons la relation entre PM et Pm. Cette relation est illustrée dans la figure ci-dessous:

Graphique N°31: Relation entre PM et Pm du facteur variable



L'évolution de la productivité marginale et moyenne telles que représentées dans le graphique précédent, suggère les remarques suivantes:

- On peut décomposer l'ensemble de la relation entre produit moyen (PM) et produit marginal (Pm) en 4 étapes:

Etape 1 : Pm et PM croissants (jusqu'au point A)

Etape 2 : Pm décroissant et PM croissant (entre A et B)

Etape 3 : Pm et PM décroissants et positifs

Etape 4 : Pm négatif

- La courbe du Pm coupe celle du PM en son maximum. Cette relation d'ordre mathématique a une signification économique. En effet, tant qu'une unité supplémentaire du facteur variable (le travail dans le cas étudié) produit plus que la moyenne des unités précédentes, le PM du travail continue d'augmenter.

En revanche dès que le Pm est inférieur au PM, cela fait baisser ce dernier. Les deux valeurs marginale et moyenne sont donc identiques au niveau du point B correspondant au maximum du PM.

On peut en faire la démonstration mathématique comme suit:

Algébriquement, $f(L,Ko)/L = PT/L$

Max. de PM si PM'= 0

$PM' = f'(L, Ko)/L = f'(L, Ko)\text{-}f(L,Ko) / L2 = 0$

$f'(L, Ko).L = f(L, Ko)$

$f'(L,Ko) = f(L,Ko)/L$

Pm = PM

Exerciced'application 15: Relation entre productivité marginale et productivité moyenne d'un facteur.

Quelle est la relation entre la Pm et la PM dans le cas d'une fonction de production de type Cobb-Douglas?

A partir de (6) on peut écrire:

$PmL = (b/L).X = (b).(X/L) = (b.PML)$ (10)

C'est-à-dire $PmL = 0{,}4\ PML$

Comme b<1 (0,4), la productivité marginale du facteur travail sera toujours inférieure à sa PM.

Le même raisonnement peut-être tenu quant à la relation entre PmK et PMK.

$PmK = 0{,}3\ PMK$ (11)

2.2- Enoncé et illustration de la loi des rendements décroissants

a/ Enoncé de la loi:

Lorsqu'on augmente un facteur de production en maintenant les autres fixes, à partir d'un certain niveau d'utilisation du facteur variable, son produit marginal devient décroissant. Telle est l'enseignement de la **loi des rendements décroissants** appelée aussi **loi des rendements factoriels** ou encore **loi de la productivité marginale décroissante**. Cette loi a été énoncée par Turgot puis reprise par Malthus et D. Ricardo.

En micro-économie, elle sert comme hypothèse aux travaux relatifs à la fonction de production.

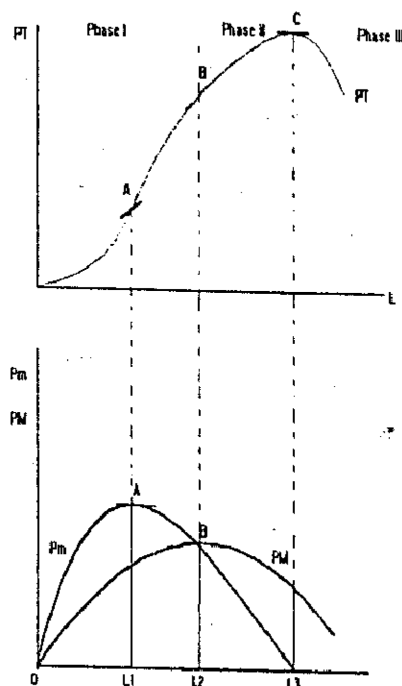
b/ Illustration graphique des rendements factoriels

Le graphique suivant illustre l'évolution de la production d'un bien agricole en fonction de la variation du seul facteur travail et avec la même surface agricole. Aucune forme de progrès technique n'est introduite. La fonction de production du bien agricole est :

$$P = f(T_0, L)$$

Selon la loi des rendements factoriels décroissants, le produit total (PTL), le produit moyen (PML) et le produit marginal (PmL) du facteur travail évoluent comme suit:

Graphique N° 32: Les trois phases de rendements factoriels



Par observation du graphique précédent, et au regard de l'évolution comparée de l'ensemble des courbes de rendements du facteur travail, on peut distinguer trois phases successives:

- Correspondance entre évolution du PmL et types de rendements

Phases des rendements factoriels	Variations du produit marginal de L	Repères graphiques
Croissants	Croissant	0--->L1
Décroissants	Décroissant	L1-->L3
Négatifs	Négatif	L > L3

Ainsi l'augmentation du facteur travail est associée à une évolution des rendements, évolution qui permet d'identifier trois phases décrites ci-dessus. Quelle est donc la phase à retenir par le producteur? On peut formuler la question autrement: quelle est la phase compatible avec les objectifs d'un producteur rationnel?

Pour répondre à cette question, introduisons dans la troisième phase une distinction basée sur l'évolution comparée de la productivité marginale et moyenne Comme cela a été déjà fait (voir 2.2.1. b/).

Dans la phase 3, celle des rendements décroissants, on distingue en effet, deux étapes:

La première (L1-->L2) est caractérisée par une productivité moyenne encore croissante. La

seconde (L2-->L3) correspond par contre, à des productivités moyenne et marginale simultanément décroissantes.

Au total, nous avons les quatre étapes identifiées par la comparaison entre PM et Pm (voir 2.2.1.b/).

On peut commencer par éliminer la première et la quatrième étapes (ou phases) car elles sont manifestement inappropriées.

Dans la première phase, il ne paraît pas intuitivement raisonnable d'arrêter l'accroissement de la production alors que le Pm est croissant. S'il en était le cas, cela se traduirait par un manque à gagner pour l'entreprise.

De même qu'il faut écarter la quatrième phase où le Pm devient carrément négatif et où le PT, comme on l'a déjà vu, décroît avec un accroissement de l'emploi du facteur travail.

Qu'en est-il de la phase des rendements décroissants et des deux étapes qui la composent? Doit-on retenir la phase des rendements décroissants, dans son ensemble, comme étant compatible avec les objectifs de rationalité du producteur?

S'il en était ainsi, le producteur n'aurait pas tiré parti du facteur travail pour maximiser l'efficacité globale de celui-ci. En effet, entre le point A correspondant au maximum du produit marginal et le point B représentant le maximum du produit moyen, le Pm du travail continue à

être supérieur à la productivité moyenne de toutes les unités précédentes du facteur travail (entre L1 et L2). Autrement dit, entre ces deux points, le PM du travail continue à augmenter et le producteur rationnel devrait en profiter. **Il s'en suit que la seule phase à retenir est celle pour laquelle le Pm et le PM sont décroissants** (L2 --> L3).Cette phase, en l'occurrence ici la phase trois est appelée **phase de production efficiente**; car, on le verra plus loin, c'est la phase qui permet de satisfaire à la condition de maximisation du profit.

Exercice d'application N°16: Loi des rendements décroissants

Une entreprise fabrique un bien X en combinant deux facteurs de production: Capital (K) et Travail (L).

On considère, en courte période, que le stock de capital est constant et égal à 1.

La production du bien X varie donc en fonction du facteur travail:

$$X = f(K_0, L) = f(L)$$

La variation du volume de production de X en fonction de L est donnée par le tableau suivant:

Unités de L	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Volume de X	30	70	120	160	190	210	220	220	210	150

1/ Calculer les productivités marginale et moyenne du facteur travail

2/ Représenter graphiquement PT, PM et Pm.

3/ Distinguez numériquement et graphiquement les différentes zones de rendement

4/ Délimiter numériquement la zone d'efficience économique

- Calcul des PM et Pm

Unites de L	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
PT	30	70	120	160	190	210	220	220	210	150
PM	30	35	40	40	38	35	31,4	27,5	23,3	15
Pm	30	40	50	40	30	20	10	00	-10	-60

- Délimitation des zones de rendements

La délimitation des zones de rendements se fait par observation de l'évolution du produit marginal du travail (PmL). Ce dernier est d'abord croissant, puis décroissant et enfin négatif.

A partir des données du tableau précédent, on peut donc distinguer trois zones ou phases liées à l'évolution de L.

* Phase des rendements croissants correspondant au produit marginal du travail croissant: utilisation de L jusqu'à la troisième unité.

* Phase des rendements décroissants: utilisation de L entre 3 et 8

* Phase des rendements négatifs: utilisation de L au-delà de la 8ème unité.

3/La zone d'efficience économique est celle correspondant à un PmL et PML décroisants. Elle est donc délimitée par les quantités de travail à partir de L=4 jusqu'à L=8.

2.3 - Loi des rendements décroissants et coûts croissants

a/ Déduction de la fonction de coût de la fonction de production

- La **fonction de coût** exprime la relation établie entre le coût et la quantité produite d'un bien. Plus précisément, on considère que le coût de production varie avec le volume de production. Or, la variation du volume de production est déterminée en courte période par la variation d'un seul facteur de production, toutes choses étant égales par ailleurs. En courte période, la fonction de coût total dépend de l'évolution du produit total d'un facteur, l'autre étant fixe. Elle est donc l'inverse du produit total.

- Formalisation:

Supposons que la fonction de production soit exprimée par

$$Q = f(k,l) = K.L$$

Les facteurs de production sont K et L et leur prix respectifs sont représentés par: Pk = 10 Dh; Pl = 20 Dh. On suppose également que la quantité du facteur capital soit fixé à 2.

Le coût (dépense) total des facteurs est

$$CT = Pk.\ K + Pl.L$$

$$CT = 20+20\ L$$

Et la fonction de production correspondante s'écrit:

$$Q = 2L \quad \text{et } L = Q/2.$$

La fonction de coût total peut être exprimée comme suit en tenant compte de cette dernière formulation:

$$CT = f(q) = 10\ q + 20.$$

On est passé donc d'une expression des dépenses en facteurs de production à une formulation de la fonction de coût (total).

Exercice d'application N°17: déduction numérique des fonctions de coûts à partir des fonctions de produit.

Soit une fonction de production:

$$X=f(K,L)$$

En courte période, seul le facteur L varie (K est fixe= K_0) et donc X = f(L)

Evoluant en fonction du facteur travail, le volume de production X est donné par le tableau suivant:

Unités du facteur L	Volume de production X
0	0
1	20
2	48
3	78
4	104
5	122

On suppose que le coût d'utilisation du capital est de 20 et le coût unitaire du facteur travail est de 6.

A partir des données du tableau, on peut déduire les fonctions des coûts total (CT), moyen (CM) et marginal (Cm).

A chaque niveau de production (X_L), on peut faire correspondre un coût des facteurs:

CT = 6L + 20

On passe alors d'une expression du coût des facteurs à une véritable fonction de coût, c'est-à-dire à la relation: CT=f(X) comme cela ressort du tableau suivant:

Unités de L	0	1	2	3	4	5	6
X_L	--	20	48	78	104	122	132
CT	20	26	32	38	44	50	56
CM	--	1,3	0,66	0,487	0,423	0,409	0,424
Cm	--	0,3	0,214	0,2	0,231	0,33	0,66

Les valeurs de CM et Cm sont calculées pour chaque niveau de production X_L:

$$CM = CT/X_L$$

$$\text{et} \quad Cm = dCT/Dx_l$$

b/ Explication de la forme des courbes de coût par la loi des rendements décroissants

Nous avons déjà montré que la forme en "U" des courbes de coût moyen et marginal est liée à

celle des rendements moyen et marginal (voir 2.1.2 b/). On peut maintenant généraliser cette relation entre coûts et rendements en considérant la loi des rendements décroissants.

Commençons par une présentation formalisée de la relation entre fonctions de coûts et fonctions de produits.

Supposons que la production d'un bien (Q) se fait à l'aide de deux facteurs K et L (K est fixe et L variable). Et supposons que les prix du capital et du travail sont respectivement Pk et Pl.

* Le Cm est inversement proportionnel au Pml

Le coût total est $Ct = Pk. K + Pl.L$ et puisque le K est fixe, une variation du CT est expliquée par une variation du travail ce qui s'écrit:

$$\Delta CT = PL. dL$$

En divisant les deux termes par: dQ

$$= PL .dL/dQ = PL.[1/ (dq/dL)]$$

$$\Delta CT/\Delta Q = Cm = PL/ PmL$$

Il s'en suit que le **Cm** ä court terme est inversement proportionnel à la productivité marginale du facteur variable. Ce qui signifie que le Cm et la Pm varient exactement en sens inverse.

* Le coût variable moyen (CVM) est inversement proportionnel au PML

La dépense totale en facteurs de production est :

$$CT = PK.K + PL.L$$

et le coût variable moyen (CVM) s'écrit:

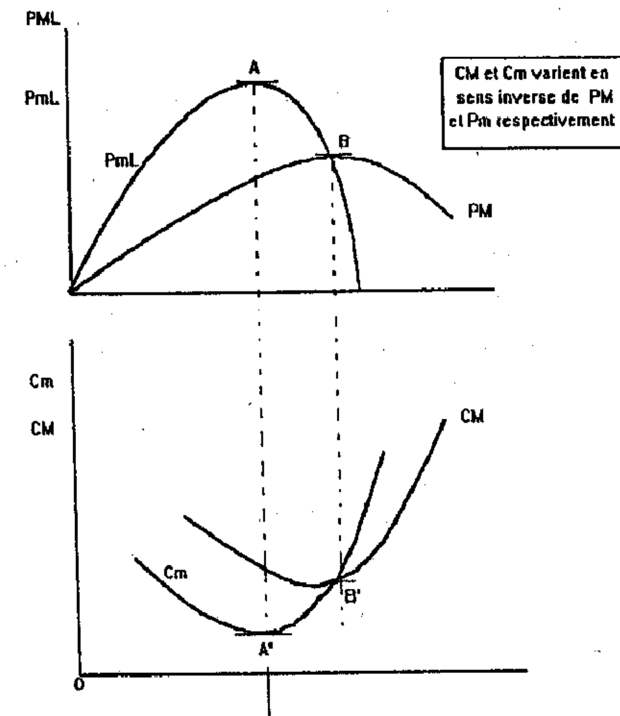
$$CVM = CV/Q = PL (L/Q) = PL. [1 /(Q/L)]$$

et puisque Q/L est la PML

$$CVM = PL.(1/ PML) = PL / PML$$

ce qui signifie que le CVM est inversement proportionnel à la productivité moyenne du facteur variable et qu'ils varient exactement en sens inverse.

<u>Graphique N°33</u> : Correspondance entre coûts et produits



<u>Conclusion</u>:

ce qui précède autorise à dire que la loi des rendements décroissants peut être déduite aussi bien de l'analyse de l'évolution des productivités que de celle des coûts de

courte période. Il en est ainsi parce que la loi des rendements décroissants correspond exactement à la loi des coûts croissants, et une double lecture du même phénomène peut être donc éffectuée soit à partir des rendements soit à partir des coûts.

Remarques

- La loi des rendements décroissants exprime la complémentarité relative entre facteurs de production ou, ce qui revient au même, les limites à la substituabilité entre facteurs de production.

- L'hypothèse sous-jacente à la loi des rendements factoriels est l'absence de progrès technique.

Exercice d'application 18 : la loi des rendements décroissants peut s'exprimer en terme de loi des coûts croissants.

Pour réaliser une production d'un bien X, une entreprise supporte un coût total: CT = CF + CV

CF étant le coût fixe et CV le coût variable. Supposons que le CF soit égal à 12 alors que le CV est donné par le tableau suivant:

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CV	16	34	46	55	62	68	75	84	96	115

1/ Etablir les fonctions de CT, CM et Cm

2/ Signification des formes des courbes et commentaire des points significatifs.

1/ Calcul des coûts:

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
CT	32	46	58	67	74	80	87	96	108	127
CM	32	23	19,33	16,75	14,8	13,33	12,42	12	12	12,7
Cm	-	14	12	9	7	6	7	11	12	15

2/ Commentaire:

* On observe d'abord des relations significatives entre les différentes courbes de coût.

- Le point minimum du coût marginal Cm, soit X = 6 correspond au point d'inflexion de la courbe du CT, (point A).

- La courbe du coût marginal Cm, intersecte celle du coût moyen en son minimum soit X = 9 (point B).

- Les courbes de CM et Cm ont une forme en "U", alors que celle du coût total a l'allure d'un "S" inversé.

* Le deuxième type de remarques a trait au rapprochement entre l'évolution des coûts et celle des rendements factoriels. En effet, on peut, à partir de l'observation de l'évolution des courbes de coûts, distinguer des phases similaires à celles que nous avions identifiées pour les rendements factoriels.

- Dans une première phase, le coût marginal (Cm), est décroissant: X < 6; ce qui correspond à un rendement marginal croissant.

- Après le minimum X = 6, le coût marginal (Cm) commence à croître. Ce qui permet d'établir

une analogie entre loi des rendements décroissants et loi des coûts croissants.

La relation entre rendement et coût peut être formalisée comme suit:

Soit s le salaire (Prix du facteur travail) et sans tenir compte des coûts fixes, la fodu CT s'écrit ainsi: $CT = s.L$

Et $CM = CT/X = (s.L)/X = s.(L/X) = s.[1/(X/L)] = s.(1/PM)$, PM étant le produit moyen du facteur travail.

De même la relation enntre Cm et Pm peut être précisée comme suit:

$$Cm = dCT/dX = d(s.L)/dX = s.(dL/dX) = s\,[1/(dX/dL)]$$

$$= s.(1/Pm)$$

, Pm représente le produit marginal. En régime de concurrence pure et parfaite, le prix du travail (s) est une donnée (constante) et donc le CM et le Cm sont respectivement, inversement proportionnels aux PM et Pm.

3- Détermination de la règle d'équilibre du producteur en courte période

* Position du problème:

L'étude la loi des rendements décroissants nous a permis d'identifier la phase de production efficiente. Il nous faut maintenant préciser une position dite d'équilibre du producteur. Cette position sera représentée évidemment par un point situé dans les limites (à l'intérieur) de la phase d'efficience.

Quels sont alors les règles et principes régissant le choix de cette position?

3.1 Définitions:

* Productivité marginale physique (Pmph) et productivité marginale en valeur (Pmv):

la **productivité marginale physique** est celle que nous avons considérée jusqu'à présent et qui mesure la variation de la quantité produite due à la variation d'un facteur.

Par contre, la **Productivité marginale en valeur** est une recette égale au produit de la Pmph par le montant de la recette marginale(Rm). Nous verrons qu'en régime de concurrence, la Rm ne varie pas et reste égale au prix du marché. Il s'en suit que la Pmv = Pmph multipliée par le prix du marché.

* Salaire nominal et salaire réel:

Nous avons déjà eu l'occasion de préciser la différence entre les valeurs nominales et les valeurs réelles lors de l'étude du revenu. La distinction se fera ici sur la base du point de vue du producteur. Ainsi le **salaire nominal**(W) (wages en anglais) est mesuré en unités monétaires. Le **salaire réel**, quant à lui, mesure le coût réel du travail pour le producteur.

3.2 Définition de la **position d'équilibre de l'entreprise en courte période:**

Pour déterminer la position d'équilibre, le producteur compare la recette due à une unité supplémentaire du facteur variable -en l'occurrence le travail ici- avec le coût de cette unité. Tant que la recette est supérieure au coût, il y a avantage à utiliser une unité additionnelle de ce facteur, car cela augmente le profit. Or

comme le producteur rationnel ne peut envisager une situation où le coût d'une unité est supérieur à sa recette, il paraît évident que le point optimum est déterminé par l'égalité Recette = Coût de l'unité utilisée.

Précisons ce point en considérant successivement le salaire nominal W et le salaire réel.

Le salaire nominal, est le coût d'une unité supplémentaire du facteur travail(régime de concurrence). Il est équivalent à la Pmph multipliée par le prix du bien (fabriqué par l'entreprise) sur le marché. Appelons ce prix du bien P.

A l'équilibre:

$$W = Pmv = Pmph.\ P \quad (1)$$

Cela s'énonce comme suit: à l'équilibre, le salaire nominal (W) ou le prix unitaire du facteur variable doit être égal à sa productivité marginale en valeur.

A partir de l'égalité précédente (1) on a :

$$W/P = Pmph \qquad (2)$$

ce qui signifie qu'à l'équilibre le salaire réel (mesuré par W/P) doit être égal à la productivité marginale physique (Pmp).

3.3 Déduction de la courbe de demande du travail

* Position du problème:

Supposons que le salaire réel varie, toutes choses étant égales par ailleurs, et posons la question: comment varie la demande du travail par le producteur rationnel en situation de concurrence?

Etudions les deux scénarios possibles:

- Si le salaire réel augmente par rapport à la Pmph

Le producteur rationnel, pour revenir à la position d'équilibre, réduira le volume d'emploi jusqu'au niveau d'égalisation de W/P avec la Pmph.

- Si le salaire réel diminue par rapport à la Pmph:

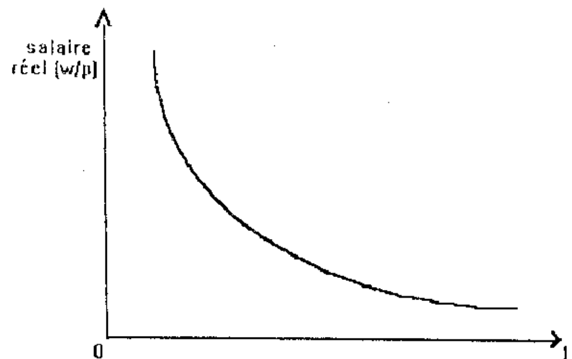
Le producteur a intérêt à recruter davantage.

A partir de ce double constat, on peut définir la **demande du travail** comme une fonction décroissante du salaire réel.

La courbe de demande tracée ci-dessous, comprend l'ensemble des points d'optimum de la production en courte période, c'est-à-dire l'ensemble des points vérifiant l'égalité W/P = Pmph pour chaque volume d'emploi L.

Elle n'est donc rien d'autre que la partie de la courbe de Pmph correspondant à la phase d'efficience de la production. C'est autant dire que la définition de la phase d'efficience dans l'utilisation d'un facteur variable permet du même coup de déduire à la fois la courbe de coût correspondante et la courbe de demande du facteur en question.

Graphique N° 34:Courbe de demande du facteur travail



III PRODUCTION, RENDEMENTS ET COUTS EN LONGUE PERIODE

* Position du problème:

En courte période, le problème du producteur a été, en fin de compte, la détermination d'une demande optimale du facteur variable. Voyons comment se pose le problème de l'optimum du producteur en longue période et quels en sont les dessous et les lois d'équilibre?

Contrairement à la courte période, le producteur pourrait envisager soit une modification de la technique de production par substitution d'un facteur à un autre, soit de variation de la taille de l'entreprise.

En réalité le comportement de l'entreprise en longue période est à considérer à trois niveaux.

- Le choix de la combinaison optimale des facteurs pour réaliser un volume de production donné avec l'hypothèse de substitution entre les facteurs.

- Le changement de la dimension ou de l'échelle de l'entreprise sans modification de la technique de production.

- La modification de la dimension de l'entreprise avec changement de la technique de production.

1- Choix de la combinaison optimale des facteurs de production

1.1- Les outils d'analyse

Les outils d'analyse utilisés pour déterminer la position d'équilibre du producteur présentent formellement de grandes similitudes avec les instruments régissant l'équilibre du consommateur (optique ordinale).

Cette analogie permet d'ailleurs de définir un modèle quasi-homogène d'équilibre élémentaire. On peut considérer à cet égard et dans cette optique de rapprochement, le producteur comme un "consommateur" de facteurs de production.

Dès lors, on peut utiliser les concepts déjà définis pour le consommateur, à savoir, les courbes d'indifférence, le taux marginal de substitution et la contrainte budgétaire.

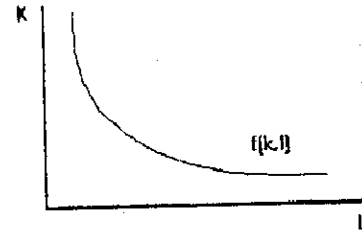
Cependant, cette similitude n'exclut pas quelques différences.

a/ Isoquant: courbe d'indifférence du producteur (CIP)

L'isoquant (isoquante) est construit à partir de la fonction de production qui traduit la **loi de substitution entre facteurs.**

L'**isoquant** est le lieu géométrique des combinaisons de facteurs qui permettent d'obtenir le même volume de production.

Graphique N°35 Représentation d'un isoquant



Par rapport à l'analyse de l'équilibre du consommateur, il y a lieu de présenter les points de comparaison suivants:

En premier lieu, la copie de la fonction de consommation s'appelle ici la fonction de production et s'écrit en considérant les facteurs travail (L) et capital (K):

$$Q = f(K, L)$$

Cette relation signifie qu'un volume de production donné est réalisé à l'aide de deux facteurs de production mais que le même volume peut être obtenu avec des proportions différentes de travail et de capital, c'est-à-dire par substitution d'un facteur à un autre.

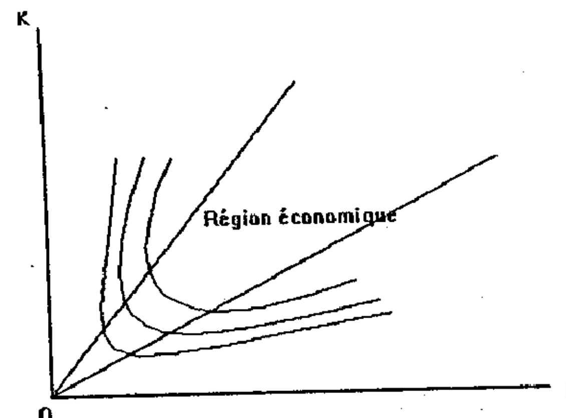
Il y a cependant une différence de taille entre la fonction de consommation et la fonction de production. En effet, alors que la satisfaction ou l'utilité n'est pas quantifiable (optique ordinale), la mesure du volume de production est chose

possible, et sa quantification ne pose pas un problème d'unité ou d'étalon de mesure.

En second lieu, les courbes d'indifférence appelées ici isoquants, tout en présentant les mêmes propriétés que leurs répliques propres au consommateur, ont ceci de particulier que chaque isoquant représente un volume de production, certes constant mais parfaitement mesurable. Parmi les caractéristiques déjà relevées au niveau du consommateur, retenons-en une qui vérifie aussi bien la rationalité du consommateur que l'hypothèse d'une phase d'efficience économique.

Cette caractéristique concerne la décroissance de l'isoquant et sa relation avec la substitution entre facteurs. Cette décroissance de l'isoquant est due au fait que les productivités marginales des facteurs, tout en étant décroissantes sont positives. Il s'en suit que toute réduction de la quantité utilisée d'un facteur entraîne une diminution de la production et nécessite par voie de conséquence l'utilisation d'une quantité compensatrice de l'autre facteur. Ainsi, les deux facteurs évoluent en sens inverse, ce qui explique la décroissance de l'isoquant.

Graphique N°36 : Isoquants et zone d'efficience économique



La zone d'efficience économique est obtenue par élimination de toutes les "régions" où les isoquants ont une pente positive. Il s'en suit que la **région économique** est caractérisée par des productivités marginales (des facteurs K et L) décroissantes et positives.

Exercice d'application N°19: représentation graphique d'une isoquante

Soit une fonction de production de type Cobb-Douglas de la forme:

$$P = f(K,L) = 10.K.L$$

On admet à présent la variation (simultanée) des deux facteurs ce qui permet de situer l'analyse de l'optimum de l'entreprise

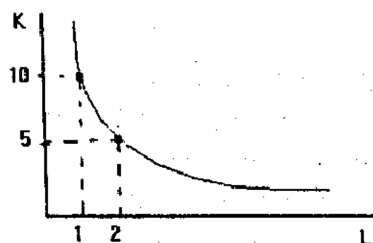
dans un horizon temporel de longue période.

Supposons qu'on vise un volume de production égal à 100, l'équation de l'isoquante est déduite de la fonction de production précédente:

P = 10 KL ==> 10.KL = 100 et K = 100/10L = 10/L

L	1	2	4	2
K	10	5	2.5	5

<u>Graphique</u>



L'isoquante tracée à partir des données du tableau précédent, comprend donc l'ensemble des combinaisons efficaces entre L et K et qui permettent d'obtenir le volume de production P = 100.

b/ La notion de taux marginal de substitution technique ($TMS_{L/K}$)

Par analogie avec la même notion utilisée dans l'analyse du comportement du consommateur, le

(TMSL/K) mesure le nombre d'unités du facteur capital qu'il faut abandonner pour disposer d'une unité additionnelle du facteur travail et ce, pour maintenir le volume de production constant.

Cependant, si la notion a un fondement psychologique au niveau du consommateur, elle est par contre de nature technique au niveau de l'entreprise et désigne la capacité d'un facteur à remplacer l'autre facteur. Cette capacité est liée à la productivité marginale de chaque facteur.

Le TMS/K peut être exprimé par les relations suivantes:

- En cas de variations discrètes des quantités des facteurs et en valeur algébrique:

$TMSL/K = \Delta K / \Delta L$

- En cas de variations infinitésimales des quantités des facteurs :

$TMSL/K = \lim \Delta K / \Delta L$ lorsque $\Delta L \to 0$

$= dK/dL \; dK/dL$

- Par rapport aux productivités marginales des facteurs travail et capital:

$TMSL/K = dK/dL = -(PmL / PmK)$

Enfin, l'expression du TMSL/K, en valeur absolue est:

$$|TMSL/K| = -(dK/dL) = PmL / PmK$$

Exercice d'application N°20 : décroissance du Taux Marginal de Substitution Technique (TMST).

Le TMST L/K représente la taux auquel on peut remplacer K par L, tout en produisant le même volume de production.

Soit la fonction de production précédente

$P = 10.KL$

L'expression générale du TMST L/K à partir de cette fonction est:

$$|TMST\ L/K| = PmL/PmK = 10K/10L = K/L$$

PmL et PmK représentent respectivement les productivités marginales des facteurs travail et capital.

Comme nous l'avons vu au niveau de l'optimum du consommateur, le TMST LK est décroissant. En effet, au fur et à mesure que L augmente, sa productivité marginale diminue alors que celle de K augmente du fait que ce facteur est devenu relativement plus rare. Il s'en suit que:

$|TMST\ LK| = PmL/PmK = -dK/dL$, est décroissant.

Cette décroissance du TMSTL/K et l'évolution des productivités marginales qui en est la cause, traduit la difficulté de substitution d'un facteur à un autre.

De cette caractéristique fondamentale du TMST (décroissance du TMSTL/K), on peut déduire aussi la convexité des isoquantes.

c/ La contrainte budgétaire qui traduit la rareté des ressources est exprimée par:

$$CT = PL \,.\, L + PK \,.\, K$$

où CT exprime la dépense totale répartie en achats des facteurs travail (L) et capital (K) selon leurs prix respectifs.

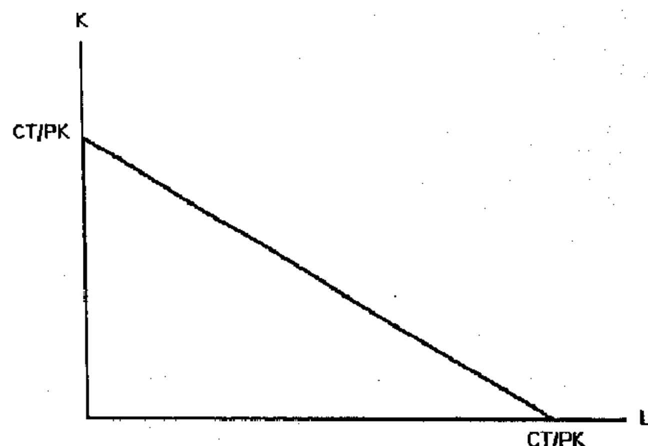
De la même façon que dans la théorie du consommateur, on peut déterminer l'équation de la droite du budget appelée ici droite d'isocoût.

$$K = -(PL/PK).\, L + CT/PK$$

La droite de budget (isocoût), exprime les changements de répartition d'une dépense donnée entre les facteurs utilisés.

On l'appelle **isocoût** car elle comprend l'ensemble des points (combinaisons entre facteurs) ayant le même coût total.

Graphique N°37: représentation graphique d'une droite d'isocoût



1.2- Détermination de la position d'équilibre du producteur

Avec les outils d'analyse définis ci-dessus, on peut déterminer la position d'équilibre du producteur, avec la même logique et les mêmes méthodes de choix de la combinaison optimale par le consommateur (analyse ordinale).

Connaissant les diverses combinaisons techniquement possibles (fonction de production) et la contrainte budgétaire qui exprime la rareté des ressources, le producteur cherche à déterminer la combinaison optimale des facteurs, c'est-à-dire la plus avantageuse ou la plus productive.

Les règles d'équilibre sont formellement les mêmes que celles que nous avons présentées au niveau du consommateur.

-Décroissance des productivités marginales des facteurs, ce qui permet d'éliminer les zones d'inéfficience économique (avec des Pm > 0).

-Egalisation des productivités marginales pondérées par les prix:

PmL/PmK = PL/PK et, PmL/PmK = PL/PK

Ce même problème d'optimisation peut être présenté de deux façons différentes. Ce qui permet de formuler l'équilibre du producteur selon la dualité suivante:

Premier cas: Maximisation de la production pour un budget donné. D'où le programme suivant:

$$\text{Max. } P = f(K,L)$$

$$\text{Sous contrainte } CT_0 = K.PK + L.PL$$

Deuxième cas: Minimisation du coût pour un output donné

Il s'agit dans ce cas, de chercher

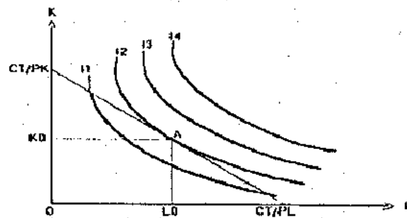
$$\text{Min. } CT = K.PK + L.PL$$

$$\text{Sous contrainte } P_0 = f(K,L)$$

*Détermination graphique

- La première situation est représentée dans la figure ci-dessous.

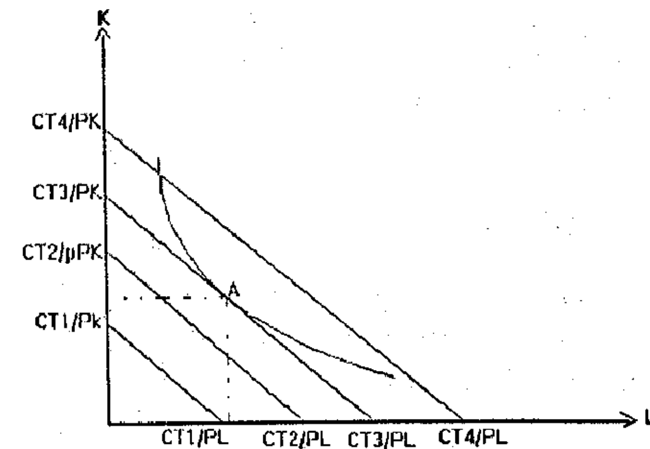
Graphique N°38: Maximisation de la production pour un budget donné



L'équilibre est représenté par la combinaison A, c'est-à-dire le point de contact (de tangence) entre l'isoquant le plus élevé et la droite d'isocoût.

- Le deuxième cas est illustré par la figure suivante:

Graphique N° 39: Minimisation du coût pour un volume de production donnée



la combinaison A est la solution optimale car elle permet de réaliser le volume de production fixé à l'avance avec le minimum de budget.

Toute autre combinaison coûtant moins cher que A ne représente qu'un niveau de production moindre.

Quelque soit le cas envisagé, la position graphique d'équilibre du producteur est une simple réplique de celle du consommateur. En effet, la combinaison optimale des facteurs de production (K,L) est définie par le point de tangence (A) entre la droite d'isocoût et l'isoquant le plus élevé (le plus éloigné par rapport à

l'origine). Or, cette position est caractérisée par les égalités suivantes:

$$|TMST_{L/K}| = PmL/PmK = PL/PK \quad (1)$$

Ce qui signifie que la méthode de production optimale est réalisée lorsque le taux marginal de substitution du travail au capital équivaut au rapport des prix des facteurs.

A partir de (1), on peut déduire, à l'équilibre:

$$PmL/PL = PmL/PK,$$

Cette égalité constitue l'équivalent de la deuxième loi de Gossen dépouillée toutefois de ses fondements psychologiques.

En effet, la décroissance de la productivité marginale des facteurs et l'égalisation des productivités marginales pondérées par les prix, bien que formellement similaires aux deux lois de Gossen, sont fondées sur des considérations techniques et donc objectives.

* Détermination algébrique de l'équilibre du producteur

Illustrons la dualité de l'équilibre en utilisant la méthode de Lagrange:

Quelle est la signification du multiplicateur de Lagrange l tel qu'il est utilisé dans l'optimum du producteur?

En tenant compte de la dualité de l'équilibre ci-dessus définie, la détermination algébrique de l'optimum du producteur peut être formulée, dans chaque cas, comme suit:

Premier cas: le producteur doit résoudre le programme suivant:

Max.P = f(K,L) = K.L [(on suppose que f(K,L) = K.L)]

sous contrainte CT_0 = PK.K + PL.L

- formulation des règles d'équilibre

Max.F = f(K,L)+ l (CT_0 - PK.K - PL.L) (soit l, le multiplicateur de Lagrange)

dF/dL = PmL - l.PL = 0 (1)

dF/dK = PmK - l.PK = 0 (2)

dF/dl = CT_0 - PK.K - PL.L = 0 (3)

La condition nécessaire à l'optimum du producteur est:

A partir de (1) / (2):

PmL / PmK = PL / PK et: PmL/PL = PmK/PK = l

Et il s'en suit:

PK = PmK/l alors que PL = PmL/l (4)

- signification de l dans le cas d'une maximisation de la production:

... la différentielle totale des coûts par :

... dK + PK.dK

... compte de la condition (nécessaire) ... (4)

... dK + (PmL/l) dL (5)

... finir de la même façon la différentielle ... production:

... dK + (PmL) dL (6)

... (5) et (6) on peut exprimer le ... de Lagrange:

... = 1/(dCT/dQ) (7)

... de l'optimum du producteur par ... de la production sous contrainte ... donné, le multiplicateur de Lagrange ... coût marginal.

... Minimisation du coût pour un ... production déterminé à l'avance.

... doit résoudre le programme

... + PL.L

... Po = f(K,L)

... nous avons:

... PL.L + l (Po - f(K,L)

dF/dL = PL - l(PmL) = 0 (1)

dF/dK = PK - l(PmK) = 0 (2)

dF/dl = Po - f(K,L) = 0 (3)

Il s'en suit, en tenant compte de (1) / (2):

l = PL/PmL = PK/PmK

Et: PL = PmL . l et PK = PmK . l (4)

La signification du multiplicateur de Lagrange peut être déduite des différentielles totales du coût et de la production comme suit:

dCT = PL.dK + PK.dK

Et en tenant compte de la condition (nécessaire) d'équilibre (4):

dCT = (PmK . l) dK + (PmL . l) dL (5)

dQ = (PmK) dK + (PmL) dL (6)

dCt = l . dQ

ET l = dC/dQ (7)

Ce qui signifie qu'à l'optimum, par minimisation du coût pour un volume de production donné, le multiplicateur de Lagrange est égal au coût marginal.

Exercice d'application 21: Détermination de la combinaison optimale des facteurs.

La fonction de production d'une entreprise est exprimée par:

$$P = 5\,KL$$

On considère que le taux de salaire (prix de L) est de 2 et celui du capital est de 1.

Déterminez la combinaison des facteurs qui permet à l'entreprise de réaliser un volume de production égal à 90 unités et avec la moindre dépense.

L'entreprise qui vise le minimum de coût pour une production de 90 unités, doit résoudre le programme suivant:

$$Min.C = 2L + K$$

$$\text{sous la contrainte: } 90 - 5.KL = 0$$

Le Lagrangien peut être formulé en conséquence, comme suit:

$$Min.F = 2L + K + l(90 - 5KL)$$

les conditions nécessaires pour minimiser F portent sur les dérivées partielles premières:

$$F'L = 0 \Longrightarrow 2 - 5.lK = 0 \quad (1)$$

$$F'K = 0 \qquad 1 - 5.lL = 0 \quad (2)$$

$$F'l = 0 \qquad 90 - 5KL = 0 \; (3)$$

Et à partir du rapport entre (1) et (2), on a :

$$2 - (K/L) = 0 \Longleftrightarrow (K/L) = 2 \quad (4)$$

On vérifie que l'égalité (4) exprime l'égalisation entre le rapport des productivités marginales des facteurs et leurs prix.

$$PmL/PmK = (Prix\ L)/(Prix\ K) \Longleftrightarrow K/L = 2 \text{ et}$$

$$K = 2L \quad (5)$$

Il s'agit là de la condition nécessaire à l'optimum du producteur.

La combinaison optimale est alors: A partir de (3) et en substituant à K sa valeur en (5) c'est à dire: $10(L^2) = 90$

$$L^2 = 9 \quad \text{et} \quad L = 3\ ;\ K = 2L = 6$$

Pour déterminer le type d'optimum qui peut être selon le cas un minimum ou un maximum on se réfère au signe du déterminant du hessien formé par les dérivées secondes: la matrice hessienne est :

$$H = \begin{vmatrix} 0 & -5l & -5K \\ -5l & 0 & -5L \\ -5K & -5L & 0 \end{vmatrix} = -300$$

Si $H < 0 \Longrightarrow$, il s'agit d'un minimum de coût correspondant à $CT = 2(3)+6 = 12$

1.3- Déduction des fonctions de demande des facteurs.

La construction des fonctions de demande des facteurs de production se fait à partir des conditions d'équilibre du producteur. On se rappellera que cette démarche a été suivie pour la détermination des fonctions de demande du consommateur à partir de ses choix rationnels.

A partir du programme visé par le producteur, à savoir:

$$\text{Min } C = sL + iK$$

$$\text{sous contrainte } P = P_0$$

s est le prix du travail et i le prix du capital. Exprimons les conditions de premier ordre à partir du Lagrangien F

$$\text{Min } F = sL + iK + l(P_0 - 5KL)$$

$$F'_L = 0 \Longrightarrow s - 5lK = 0 \Longleftrightarrow s = 5lK \quad (1)$$

$$F'_K = 0 \Longrightarrow i - 5lL = 0 \Longleftrightarrow i = 5lL \quad (2)$$

$$F'_l = 0 \Longrightarrow P_0 - 5KL = 0 \Longleftrightarrow P_0 = 5KL \quad (3)$$

A partir de (1)/(2), on a

$$s/i = K/L \quad \text{et } K = (sL)/i \quad (4)$$

En remplaçant K dans (3) par son expression dans (4), on a :

$$P_0 = 5.(sL/i)L = [5\, sL^2]/i$$

$$L^2 = (P_0 i) / 5s$$

$$\text{et} \quad L = [(P_0 / 5s]^{1/2}$$

Ce qui représente l'expression générale de la fonction de demande du travail dans les conditions énoncées ci-dessus:

Par analogie

$$K = (sP_0 / 5i)^{1/2}$$

en tenant compte des valeurs numériques

$$L = f(s) = 90/5s = (18/s)^{1/2}$$

$$\text{et} \quad k = f(i) = (180/5i)^{1/2} = (36/i)^{1/2} = 6 / (i)^{1/2}$$

On remarquera au passage, que les fonctions de demande ont les propriétés suivantes:

* La demande de travail est fonction décroissante du prix du travail

* La demande de capital est fonction décroissante du prix du capital

* En revanche les demandes des facteurs sont corrélées positivement à la variation du volume de production et sont par conséquent, fonctions croissantes de celle-ci.

2 -Rendements et coûts en longue période

2.1- Le sentier d'expansion de l'entreprise

* Position du problème

Soit une firme dont la fonction de production est Q = f(K,l).Les décisions de cette firme s'inscrivent dans la longue période dans une direction d'augmentation du volume de production. Supposons pour simplifier que seul le budget varie, toutes choses étant égales par ailleurs.En considérant des unités de temps différentes, on peut définir pour chaque période tn un couple output et de budget correspondant : (Bn,Qn)

t1------------ B1----Q1

t2-------------B2----Q2

tn-------------Bn----Qn

On suppose, pour simplifier, que les prix relatifs des facteurs ne changent pas

Formulation du problème: Comment évolue la combinaison optimale, lorsque le coût total (budget) varie, les prix des facteurs étant constants?

a/Définition du sentier d'expansion:

Le **sentier d'expansion** qu'on appelle aussi **eutope** de l'entreprise est une courbe définie par l'ensemble des points optimaux lorsque le coût total varie.

Remarque: Le sentier d'expansion du producteur est l'équivalent de la courbe de consommation-revenu. Les isocoûts sont parallèles car le rapport des prix ne change pas sur la courbe du sentier d'expansion.

b/ Représentation graphique du sentier d'expansion

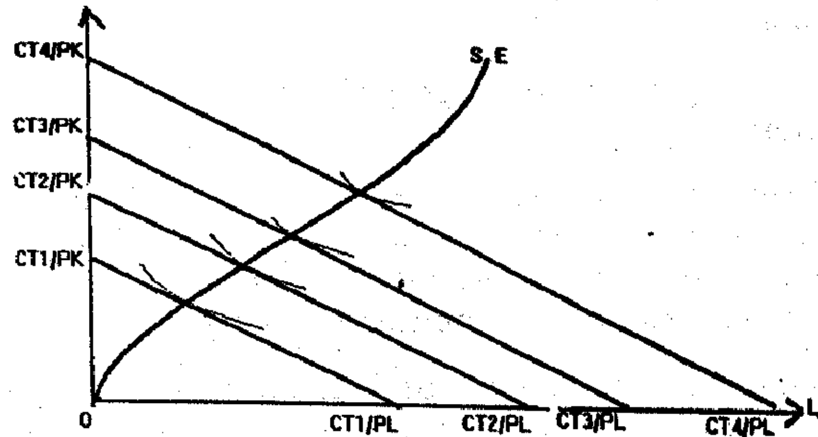
La forme de la courbe du sentier d'expansion dépend du type de fonction de production. Plus précisément, cette forme est différente selon que la fonction de production soit homogène ou non.

Lorsque la fonction de production est homogène, quel que soit son degré, le passage d'une position d'équilibre à une autre se fait par variation simultanée et dans la même proportion des deux facteurs. Or, le coefficient directeur de la courbe du sentier d'expansion égal au rapport K/L, ne varie pas et ainsi le sentier d'expansion est représenté par une droite croissante.

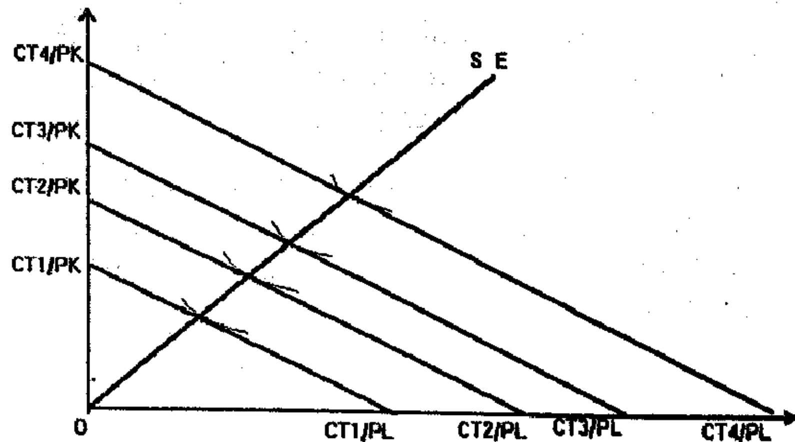
En revanche, lorsque la fonction de production n'est pas homogène, la courbe est d'une forme différente. Les facteurs ne varient pas dans les mêmes proportions.

Graphique N°40: Le sentier d'expansion

a/Fonction de production non homogène



b/ Fonction de production homogène



Exercice d'application N°22: Sentier d'expansion

Soit la fonction de production

$$P = 5KL$$

$$\text{et le } CT = sL + iK$$

$$\text{avec } s = 2 \text{ et } i = 1$$

s est le prix du facteur travail et i, celui du capital.

considérons une variation de P avec les prix des facteurs constants.A chaque niveau de production (à l'optimum)

$$PmL/PmK = PL/PK \iff K/L = 2$$

et $K = 2L$ exprime l'équation du sentier d'expansion. On remarquera qu'il s'agit d'une droite croissante passant par l'origine. La pente de la droite (a = 2) est égale au rapport des prix et donc au $TMST_{L/K}$ à l'optimum. Cela veut dire que le $TMST_{L/K}$ à l'optimum pour une fonction de type Cobb-Douglas, est constant et égal à la pente du sentier d'expansion.

Par extension, on détermine l'équation du sentier d'expansion en considérant les exposants des facteurs dans la fonction de type Cobb-Douglas.

Soit $P = AK^a L^b$ (avec $A > 0$ $a > 0$ et $b > 0$).

Le sentier d'expansion a pour équation

$$K = [(a.s)/(b.i)].L$$

2.2 -Les rendements en longue période

En longue période, l'entreprise essaie d'améliorer ses rendements pour éviter la phase de productivités marginales négatives, phase liée à une sur-utilisation d'un facteur par rapport à un autre (courte période). Le développement des capacités de production et l'amélioration des rendements qui s'en suit peuvent provenir de deux choix possibles:

* L'entreprise développe son échelle de production tout en gardant la même technique de production définie par le rapport K/L: il s'agit dans ce cas des "rendements d'échelle" ou de dimension.

* L'entreprise vise le même objectif que précédemment, à savoir une amélioration de ses rendements, par le recours à une nouvelle méthode de production basée sur une substitution d'un facteur à un autre. Ce deuxième cas définit ce qu'on appelle les **"rendements de substitution"**[1].

La distinction entre rendements d'échelle et rendements de substitution, au delà de son aspect technique, renvoie à des horizons temporels

[1] On ne doit pas confondre ces rendements de substitution avec la possibilité de substituer un facteur à un autre sur un isoquant. Les rendements de substitution concernent des volumes de production différents et donc des isoquants différents.

différents. En effet, si les rendements d'échelle concernent la longue période, les rendements de substitution impliquent la très longue période.

a/Rendements d'échelle ou dimension

*** Position du problème**

Contrairement au cas de la courte période où on avait supposé qu'un seul facteur varie, on considère à présent que tous les facteurs varient (dans la même proportion). C'est-à-dire que l'entreprise change à chaque fois de niveau de production et donc d'échelle de production. Comment varie la production par rapport à une variation proportionnelle des facteurs? L'observation de l'évolution de la production et son rythme de variation comparée à celui des facteurs permet de définir les types de rendements d'échelle. On les appelle aussi économies et déséconomies d'échelle.

*** Définitions**

Par "économies d'échelle", on désigne la réduction du coût moyen de production, réduction associée à l'organisation de la production sur une échelle ou dimension plus importante qu'auparavant. En fait, on parle de rendements d'échelle dont les économies d'échelle ne constituent qu'une des possibilité de manifestation. Ces rendements sont exprimés par les fonctions de production homogènes.

* Types de rendements d'échelle

Les rendements d'échelle peuvent êt croissants, décroissants ou enfin constants. Da le premier cas, on parle d'économies d'échelle q peuvent être des **économies d'échelle interne** ou/et des **économies d'échelle externes** (C Annexe).

Trois types de rendements d'échelle peuven être définis et exprimés par une fonction d production homogène d'un degré approprié.

- Les **rendements d'échelle croissants** son exprimés à partir d'une fonction de productio homogène d'un degré supérieur à 1. La productio s'accroît plus que proportionnellement par rappor aux facteurs.

- Les **rendements d'échelle constants** -avec une fonction Cobb Douglas- signifient que la production varie dans la même proportion que les facteurs de production.

- Les **rendements d'échelle** peuvent être **décroissants (déséconomies d'échelle)** lorsque la production s'accroît de façon moins proportionnelle par rapport à l'accroissement des facteurs (cas d'une fonction homogène d'un degré inférieur à 1).

b/L'introduction du progrès technique: les rendements de substitution

Les rendements de substitution et les gains de productivité qui leur sont liés peuvent provenir d'une modification de la technique, qui, rappelons-le, est considérée comme constante dans le cas des rendements d'échelle. Comme dans le cas des rendements d'échelle, les **rendements de substitution** permettent une réduction du coût moyen de longue période, mais cette fois-ci par amélioration de la qualité des facteurs de production et en particulier le capital.

Au niveau analytique, la différence entre les deux cas est importante. En effet, les économies d'échelle se manifestent dans le cadre d'une même fonction de production (homogène de degré supérieur à 1), alors que les rendements de substitution liés au progrès technique impliquent un changement de la fonction de production.

On verra cependant que rendements d'échelle et de substitution sont souvent liés.

Exercice d'application 23: Rendements d'échelle

Les rendements d'échelle ou de dimension sont étudiés en tant que conséquence d'une variation proportionnelle et simultanée des quantités des inputs, sur le volume de production.

Prenons à titre d'exemple, la fonction de production

$$P = 5KL$$

multiplions K et L par un paramètre t

$$P(tK,tL) = 5\,(tK).(tL)$$
$$= t^2.(5KL)$$

La fonction de production étudiée est homogène de degré 2, ce qui signifie que les rendements d'échelle sont croissants.

En revanche la fonction de production:

$$P = K^{0,3}L^{0,4}$$

exprime des rendements décroissants. En effet:

$$P(tK,tL) = (tK)^{0,3}.(tL)^{0,4}$$
$$= t^{0,7}\,K^{0,3}\,L^{0,4}$$

Un troisième exemple peut être traité à partir de la fonction: $P = 3\,K^3\,L$

En appliquant les mêmes règles, on a :

$$P(tK,\ tK) = 3(tK)^3.(tL)$$
$$= t^4\ 3\ K^3\ L$$

Ce qui signifie que la fonction est homogène de degré 4 et qu'il s'agit par voie de conséquence de rendements d'échelle croissants.

On remarquera que les rendements d'échelle croissants ne sont pas incompatibles avec des productivités marginales des facteurs décroissantes, hypothèse retenue pour définir la zone d'efficience économique. A titre d'exemple:

$$P = K^{0,6}\,L^{0,7}$$

Les rendements d'échelle croissants (0,6 + 0,7 = 1,3) et les productivités marginales des facteurs sont décroissantes: (exposants de K et L compris entre 0 et 1).

Exercice d'application 24: Théorème d'Euler

Le théorème d'Euler exprime une relation entre rémunérations des facteurs et niveau de production, relation qui varie selon le degré d'homogénéité de la fonction de production.

Prenons la fonction de production:

$$P = f(K,L) = K^{0,3}L^{0,4}$$

En appliquant le théorème d'Euler, on a:

$$(L.PmL) + (K.PmK) = m\,f(K,L) = m.P$$

m représente le degré d'homogénéité de la fonction de production. Or comme m est ici inférieur à 1, soit 0,7, cela veut dire que la rémunération des facteurs à leur productivité marginale est inférieure à la production et l'entreprise réalise des profits.

Par conséquent, il y a épuisement du produit dans le cas d'une fonction de production homogène de degré = 1.

En revanche si la fonction de production est homogène de degré supérieur à 1, la rémunération des facteurs dépasse le volume de production, et l'entreprise subit des pertes.

L'hypothèse à la base de l'identité d'Euler, est que chaque facteur est rémunéré à sa productivité marginale; cas supposé être vérifié dans le cadre du marché (des facteurs) concurrentiel.

2.3 -Les coûts en longue période

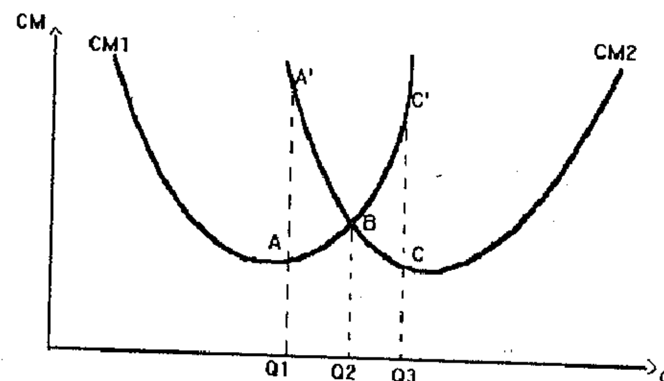
a/ Coût de courte période, coût de longue période et taille de l'entreprise

Le passage des courbes de coûts de courte période à celles des coûts de longue période est lié à l'objectif d'amélioration du rendement ou ce qui revient au même à la réduction des coûts. En effet, ce passage est le résultat d'une modification de la taille (échelle).

* Cette modification ne se justifie donc, économiquement, que si elle se traduit par une

réduction des coûts, comme le montre la figure suivante:

Graphique 41 :Coûts et taille de l'entreprise

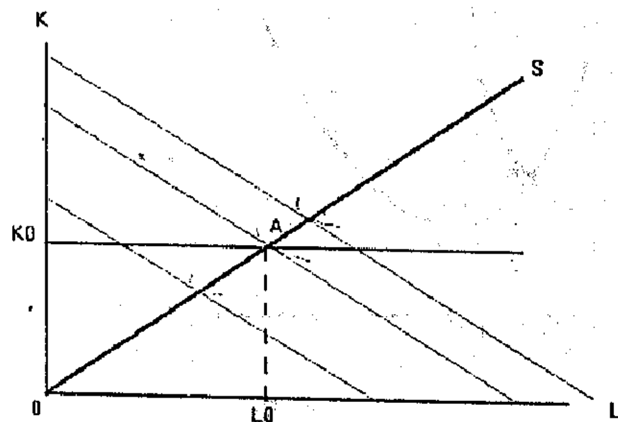


CM1 et CM2 correspondent à deux dimensions ou tailles de l'entreprise. Chaque taille est adaptée à un certain volume de production et donc à certaines conditions du marché.On constate par exemple qu'il est plus avantageux de produire q1 avec une taille correspondant à CM1 qu'avec une taille associée à CM2. Par contre, si l'entreprise vise un volume de production égal à q3, elle a intérêt à passer à une taille définie par CM2.

Ainsi le passage de la première taille à la seconde dépend des anticipations de l'entreprise en ce qui concerne les conditions du marché.

* Cette relation entre la courte et la longue période peut également être observée à partir du sentier d'expansion

Graphique N°42: Sentier d'expansion en courte et en longue période



En courte période, le stock de capital est fixé au niveau K0. L'augmentation de la production ne peut être obtenue que par augmentation du facteur variable, L en l'occurrence. Le sentier d'expansion est représenté par une droite horizontale au niveau de K0. Par contre le sentier d'expansion en longue période est représenté par la droite croissante OS. Le point A indique la combinaison des facteurs pour laquelle le coût de courte période est égal au coût de longue période.

* La notion de courbe enveloppe

Une entreprise change de dimension (s'agrandit) en passant par trois situations et donc trois dimensions et changeant à chaque fois tous les facteurs de production. Comment doivent évoluer ses coûts de LP?

Elle doit à chaque fois produire un volume de production donné avec une taille appropriée ou ce qui revient au même avec le coût le plus bas. la courbe de coût de longue période est la courbe qui enveloppe l'ensemble des coûts de courte période. On l'appelle **courbe enveloppe** et correspond à la fonction qui décrit l'évolution du coût lorsque la taille varie.

b/Typologie des coûts de longue période

* La courbe du **coût total de longue période** (CTlp)

La courbe de coût total de longue période est le lieu géométrique des points des coûts totaux de courte période les plus faibles lorsque la taille varie. Chaque courbe de coût total de courte période est donc tangente en à un point à la courbe de CTlp. On peut déduire la courbe du CTlp du sentier d'expansion de l'entreprise en longue période.

* La courbe de **coût moyen de longue période** est également une courbe enveloppe des coûts moyens de courte période. En effet, la

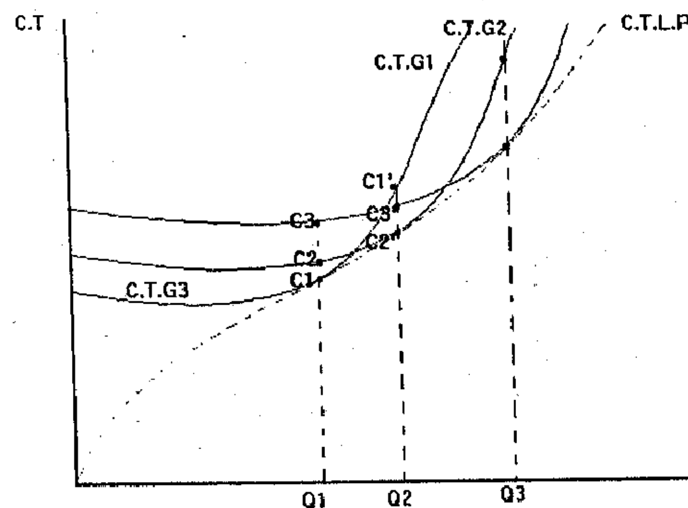
courbe de coût moyen de longue période est tangente à l'ensemble des courbes de coût moyen de courte période. Elle est formée par les points représentant les coûts moyens de courte période les plus bas quand la taille varie.

Remarque: cela ne veut pas dire que les courbes de coût moyen de courte période sont tangentes à la courbe de CMlp en leur minimum.

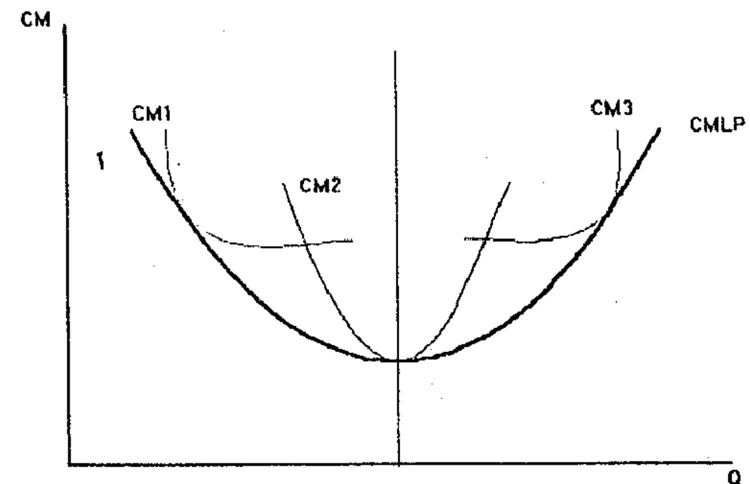
* Le **coût marginal de longue période** est déduit de la courbe de coût total de longue période. Cependant, la courbe de coût marginal de courte période n'est pas une courbe enveloppe des coûts marginaux de courte période.

Graphique N°43: Courbe enveloppe

a- Courbe de coût total de longue période

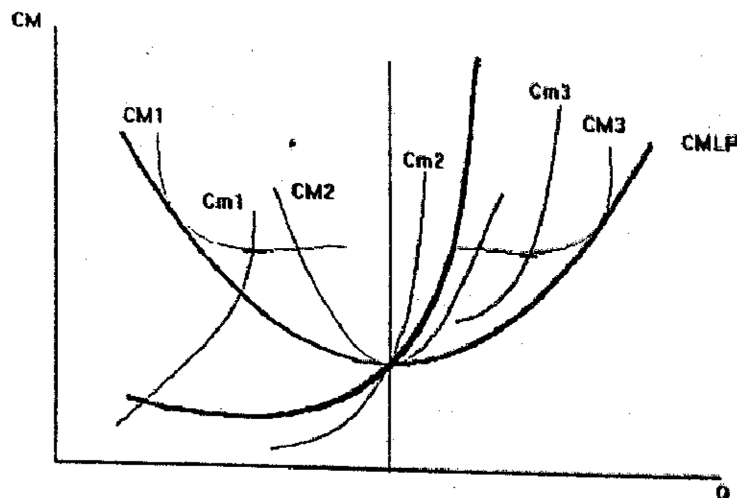


b- Courbe de coût moyen de longue période



* Si la forme des courbes de longue période a une signification particulière liée aux rendements d'échelle, les relations entre ces courbes présentent les mêmes caractéristiques que celles dégagées avec l'étude de la structure des coûts de courte période. Ainsi la courbe Cmlp coupe la courbe de CMlp en son minimum.

Graphique N°44: Courbes de CM et de Cm en courte et en longue période



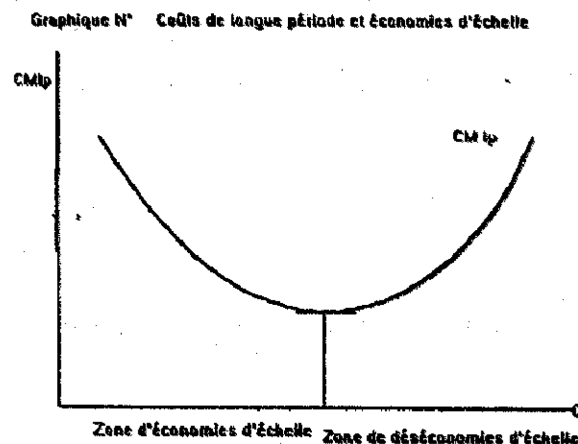
c/ Coûts de longue période et rendements

* Correspondance entre les coûts et les rendements en longue période

Comment peut-on expliquer l'allure des courbes de coût de longue période? Prenons la coure de CMlp; Elle est d'abord décroissante, atteint le minimum puis commence à croître. Cette évolution en trois phases est la réplique des rendements en longue période.

En effet, comme pour la courte période et la loi des rendements décroissants, la mise en relief des rendements d'échelle peut être déduite aussi bien de l'évolution de la production que des coûts de longue période.

Graphique N°45: Coûts de longue période et rendements d'échelle



*** Phase économiquement efficace en longue période**

Une entreprise rationnelle cherchera, en longue période à améliorer ses rendements, c'est-à-dire qu'elle vise des rendements croissants. Or, l'allure de la courbe de coût moyen de longue période trace trois phases, chacune correspondant à un type de rendements en longue période. S'il paraît exclu qu'une entreprise augmente sa production jusqu'au moment où le coût moyen de longue période devient croissant, va-t-elle pousser sa croissance jusqu'à la phase des rendements constants?

En l'absence de progrès technique -cas des rendements de dimension ou d'échelle- l'entreprise

sera incitée à développer sa production jusqu'au niveau de l'échelle minimum efficace, c'est-à-dire le niveau correspondant au minimum du coût moyen de longue période. Ce point correspond à des rendements constants.

IV -La fonction d'offre

*Position du problème

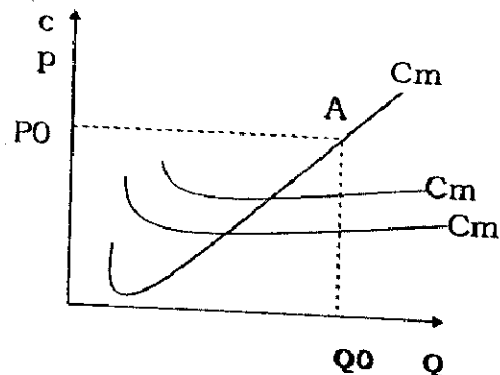
Par analogie avec la fonction de demande du consommateur, peut-on définir une fonction d'offre pour le producteur? C'est -à -dire une relation établie entre la quantité offerte et le prix du marché et qui montre comment le producteur s'adapte aux différents niveaux possibles des prix dans le cadre d'un marché concurrentiel.

1 Courbe d'offre et courbe du coût marginal

La présentation de l'optimum du producteur nous a clairement montré la relation entre quantité optimale de production et niveau du prix de marché.

Dans un régime où l'entreprise s'adapte au prix, la production optimale est celle pour laquelle se réalise l'égalité Cm et prix(Px= Rm). Il est donc important de voir comment le producteur adapte son volume de production avec les différents niveaux de prix. Le graphique ci- dessous nous permet de mieux visualiser cette situation:

Graphique N°46: Fonction d'offre de l'entreprise.



La quantité optimale est celle qui correspond au point A. Pour tout niveau de prix supérieur à P0. Le producteur s'adapte en produisant une quantité correspondante et respectant la règle d'équilibre Cm =Rm= P. De ce fait la relation entre prix et offre est matérialisée par la courbe du coût marginal Cm. Cependant lorsque le prix du marché est inférieur au minimum du coût variable moyen (CVM), l'offre est nulle. Il s'en suit que la courbe d'offre coïncide avec la partie de la courbe du coût marginal située au dessus du minimum du CVM.

2 caractéristiques de l'offre

a/Nature de la relation d'offre

Le prix du marché constitue pour le producteur une indication qui l'incite à augmenter son volume de production ou au contraire à la réduire. Plus précisément, et

toutes choses étant égales par ailleurs, l'offre varie dans le même sens que le prix du produit sur le marché.

L'offre est donc une fonction croissante du prix.

L'offre globale (du marché) obtenue par sommation horizontale des courbes d'offre individuelles présente les mêmes caractéristiques que l'offre d'une firme.

b/Mesure de la sensibilité de l'offre

Comme pour la demande, on peut définir un outil de mesure du degré de réaction de l'offre à une variation du prix du produit sur le marché. Il s'agit évidemment de la notion d'élasticité d'offre définie par le rapport des variations relatives de la quantité offerte et du prix.

$Eo/p = (\Delta Q/Q)/(\Delta p/p)$

Ce qui s'écrit également

$Eo/p=(\Delta Q/\Delta p) / (Q/p)$ et $(\Delta Q/\Delta p).(P/Q)$

A partir d'une fonction d'offre continue et dérivable, on peut définir l'élasticité comme suit:

$Eo=(dQ/dQ).p/Q= [1/(dp/dQ)].P/Q$

dP/dQ est la dérivée de la fonction d'offre en un point ou ce qui revient au même, la valeur de la pente de la courbe d'offre en ce point.

Compte tenu de la nature de la fonction d'offre, l'élasticité est normalement positive.

Exercice d'application N°25: seuil de rentabilité

Soit une entreprise ayant une fonction de coût total de la forme

$CT(q) = q[\ 0{,}1q + 2 + 5/(2q)]$

-Définir et calculer le seuil de rentabilité

-Le seuil de rentabilité est égal au minimum du coût moyen.

Lorsque le prix du marché est fixé au niveau du minimum du CM, le profit est nul. On pose donc

$P = CM = Cm$

$CT = 0{,}1q^2 + 2q + 5/2$

$CM = 0{,}1q + 2 + 5/2q$

$Cm = Cm \leftrightarrow -0{,}1q + 5/(2q) = 0$ et $q=5$

Donc le seuil de rentabilité ou prix minimum est CM (5)= p=3.

Cela veut dire que l'entreprise commence à réaliser un profit lorsque le prix du marché dépasse le niveau 3.

I- Concepts étudiés dans ce chapitre

La production- Fonction de production- Fonction du profit- Les fonctions de coût- Fonction d'offre- Longue période&courte période- Facteurs de production- Facteurs fixes- Facteurs variables –Rendement ou productivité- Produit total- Produit moyen-produit marginal- Coûts implicites & coût explicites –Coût d'opportunité- Coût social & coût privé- Coût fixe & coût variable -Coût total- Coût moyen- Coût marginal- Technique de production.

Loi des rendements marginaux décroissants-Loi des rendements factoriels productivité marginale décroissante –Phase de production efficiente- Fonction de coût –production ou quantité produite –Rendement moyen ou productivité moyenne –Rendement marginal ou productivité marginale.

Productivité marginale physique –Productivité marginale en valeur- Salaire nominal & salaire réel – position d'équilibre de l'entreprise en courte période – demande de travail phase de production – Surface de production – Isoquant – Carte d'isoquants – Isocoût- Facteurs complémentaires – facteurs substituables – Taux marginal de substitution technique – région de production techniquement efficace – Phase économiquement efficace en longue période -Maximisation de la quantité produite à un

coût donné- Minimisation du coût pour une quantité donnée- Sentier de production de courte période- Isoquant de longue période- Sentier d'expansion (ou eutope)- Sentier de production de longue période- Optimisation sous contrainte- Multiplicateur de Lagrange- Rendements de substitution- Rendements d'échelle- rendements d'échelle internes et externes- Rendements constants croissants et décroissants.

-Economies d'échelle- Déséconomies d'échelle- courbe enveloppe- coût total de longue période- coût moyen de longue période- Coût marginal de longue période- Théorème d'Euler- Entreprise price taker & Entreprise price maker – Profit- Contrainte technologique- Loi de substitution des facteurs- Région économique.

***Thèmes de réflexion**

-Productivité marginale et calcul économique du producteur.
-Définir la notion de rendements factoriels.
-Importance des rendements dans la gestion de l'entreprise.
-Calcul économique du producteurs et fonction d'offre.
-Relation entre l'élasticité de la production et rentabilité de l'entreprise.

-Signification et implications des conditions de maximisation du profit.
-Rationalité du producteur et fonction d'offre.

***Exercices de synthèse**

-Etablir un comparatif sous forme de bilan entre l'équilibre du producteur et celui du consommateur.
-Commentaire de citation:"L'homme est tout sauf un être rationnel".
-Comparaison entre rendements factoriels et rendements en longue période.
-La dimension temporelle dans l'analyse de l'équilibre de l'entreprise.

BIBLIOGRAPHIE SOMMAIRE

- ABRAHAM-FROIS, G.: Keynes et la macroéconomie contemporaine; Economica. 1993

- ABDOUH, M.& BAGUARE, A.: Economie politique et terminologie economique (en arabe); {S.N.}.1997

- ABDOUH M, OUSSALAH L.: Annales Economiques, epreuves corrigées d'Economie politique.

- BARRE, R.: Economie politique; P.U.F. 1979

- BARRERE, A.: Macroéconomie keynesienne: Dunod. 1990

- BELLEHUMEUR, A. : La micro-économie et l'entreprise, Gaëtan Morin. 1993

- DELFAUD, KAUFFMANN & POULON-LAFAYE: Microéconomie: travaux irigés; Dunod. 1994

- DOWIDAR, M.H.: L'économie politique, une science sociale; Maspéro. 1980

- EL ABDAIMI, M.: Economie politique; {S.N.} 1994

- EL KETTANI, O.: Analyse économique; Badr. 1992

- FERICELLI, A.-M.: Principes de microéconomie; P.U.F.1991

- FLOUZAT, D.: Analyse économique; Masson. 1982

- GAUTHIER, G. & LEROUX, F.: Microéconomie, théorie et applications; Gaëtan Morin. 1988

- GENEREUX, J.: Economie politique; Hachette.1990

- GOULD, J.-P.: Théorie économique; Economica. 1982

- GOULD, J.-P.& FERGUSON, C.E.:Théorie microéconomique;

Economica. 1982

- GRANIER, R. & GIRAN, J.-P.: Analyse économique; Economica.1981

- GUITTON, H. : Economie politique; Dalloz. 1976

- HENDERSON, J.M. & QUANDT, R.E.:Microéconomie: formulation mathématique élémentaire; Dunod. 1972

- JESSUA, C.: Eléments d'analyse macroéconomique; Montchrestien. 1991

- KEYNES, J.-M.: Théorie générale de l'emploi, de l'intérêt et de la monnaie; Payot. 1969

- KRIER, H. & LE BOURVA : Economie politique; Armand Colin.1968

- LECAILLON, J. : Analyse macroéconomique; Cujas. 1969

- LECAILLON, J. : Analyse microéconomique; Cujas. 1977

- LIPSEY, PURVIS & STEINER: Microéconomique; Gaëtan Morin. 1993

- LIPSEY, PURVIS & STEINER: Macroéconomique; Gaëtan Morin. 1992

- LIPSEY & STEINER: Analyse économique; Cujas. 1982

- LUZI, A.& TOPOL, R.: Initiation à la macroéconomie; Hachette.1995

- MARX, K. : Le capital; Editions Sociales. 1977

- MORET, M. Economie politique générale; Michel Moret. 1994

- PILLER, A.: Microéconomie: manuel d'exercices corrigés; Maxima. 1995

- OUSSALAH, L.: Economie politique; Edition Rapide. { S.D.}

- PERCHERON, S. : Exercices de micro-économie; Masson. 1985

- PICARD, P.: Eléments de microéconomie; Montchrestien. 1992

- RICARDO, D.: Principes de l'économie politique et de l'impôt

- ROBBINS, L.: Essai sur la nature et la signification de la Science Economique

- SAMUELSON, P.A.: L'économique; Armand Colin. 1972

- SAMUELSON, P.A. & NORDHAUS, W.D.: Micro-économie; Editions d'Organisation. 1995

- SILEM, A.: Introduction à l'analyse économique; Armand Colin. 1989

- TRACHEN, A.: Economie politique; Afrique-Orient. 1989

- VATE, M.: Leçons d'économie politique; Economica. 1991

Table des matières